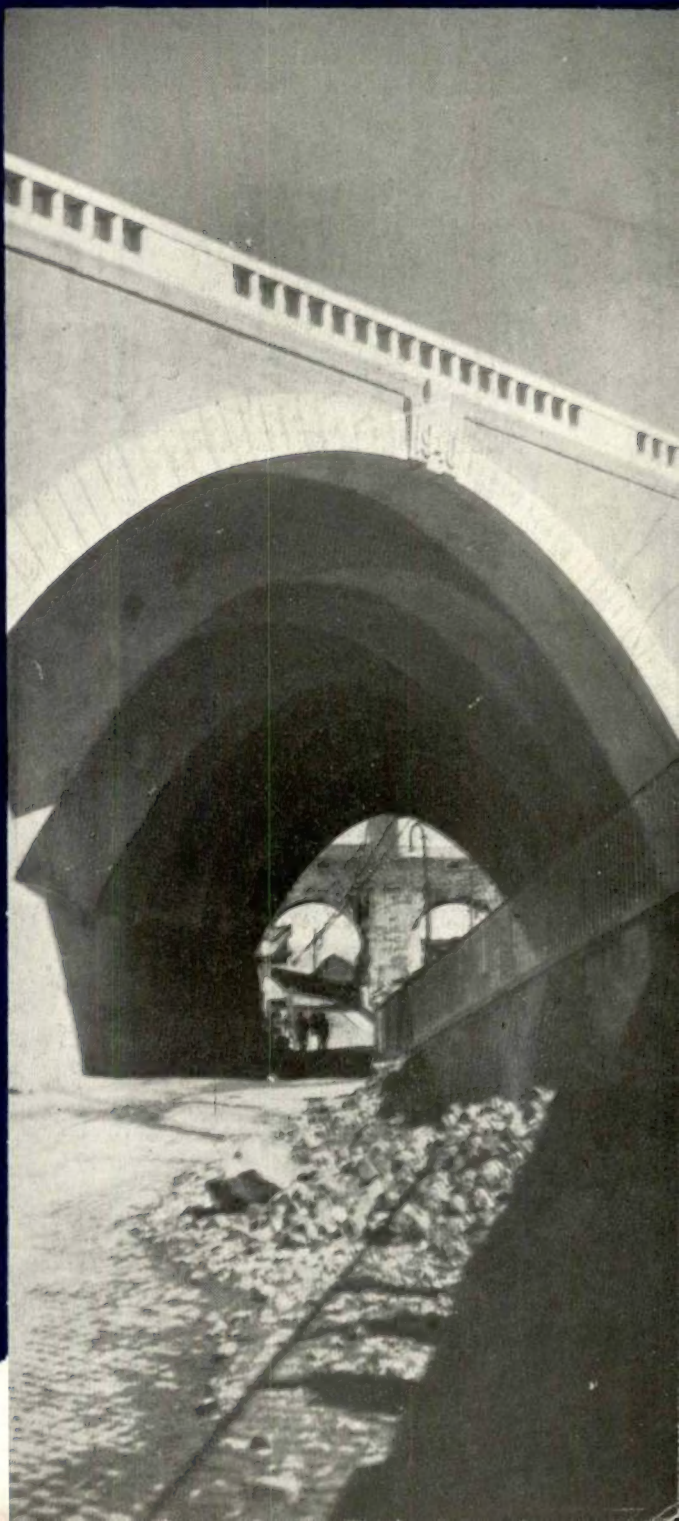
TÉCNICA



REVISTA DE ENGENHARIA

DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 118 - Março - 1941

"LUSALITE"

fibro-cimento nacional

INCOMBUSTÍVEL
LEVE
RESISTENTE
ISOLADOR
IMPUTRESCÍVEL

EM

Tubos para pressões hidráulicas de 3 a 12 K.os/cm.2
Chapas onduladas para coberturas
Chapas lisas para revestimento de tetos, tabiques, etc.
Produtos da Sociedade Portuguesa de Fibro-cimento

ÚNICOS CONCESSIONÁRIOS:

CORPORAÇÃO MERCANTIL PORTUGUESA, L.DA

Rua de S. Nicolau, 123

Telefones: 2 2091 — 2 2092 — 2 2093 — **LISBOA** — Telegramas: **Lusalite**

CIMENTO TEJO

FÁBRICA EM ALHANDRA

A instalação mais moderna do País. Dois fornos rotativos em laboração. — O "CIMENTO TEJO" marca pelas suas altas resistências e regularidade, garantidas pela fiscalização contínua de tôdas as fases do fabrico, exercida por técnicos portugueses especializados.

Pedidos à Companhia "CIMENTO TEJO"

SEDE EM LISBOA
RUA DA VITÓRIA, 88, 2.º

FILIAL NO NORTE
AV. DOS ALIADOS, 20, 3.º
PORTO

NÚMERO
118
Março — 1941

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N. / TEL. 49144 (linha 50)

DIRECTOR
CARLOS KRUS ABECASIS
ADMINISTRADOR
NUNO ABRANTES
BIBLIOTECÁRIO
LUIS DE ALMEIDA ALVES
CORPO REDACTORIAL
Vasco Mendes de Sousa
José Faria da Fonseca Santos
Militão Rosa Pereira
Silvério da Silva

NÚMERO AVULSO 5$00
ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e Ilhas	12$00	23$00	44$00
Colónias Portuguesas e Espanha...	—	30$00	55$00
Estrangeiro...	—	40$00	70$00

EDITOR E PROPRIETÁRIO
ASS. DOS ALUNOS DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NAS
OFICINAS FERNANDES
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

Capa — Viaduto sôbre a Rua do Arco do Carvalhão, no acesso à Auto-Estrada Lisboa-Cascais

		Págs.
O Dr. Alfredo Bensaúde	Prof. Herculano de Carvalho (Director do I. S. T.) . . .	223
A «carta de sextante» nos levantamentos hidrográficos . .	Eng. Civil (A. I. G.) Albano do Carmo Rodrigues Sarmento	226
Escoamento de água em conduta livre a altas velocidades	Eng. Civil (I. S. T.) José Filipe Rebêlo Pinto	236
Cálculo de peças prismáticas ou cilíndricas com dupla curvatura (Aplicação às vigas e lajes helicoidais)	Eng. Civil (U. P.) Adolfo da Cunha Amaral	250
Um processo prático de medição de caudais de água . . .	Eng. Civil (I. S. T.) Carlos M. do Amaral Netto	266
Um método novo para determinação da Constante Dieléctrica das Soluções muito Condutoras	Dr. Artur de Sousa	269
A «Formação basáltica» no novo Estádio Nacional	Vasco Mendes de Sousa e Eduardo Corrêa Pereira .	274
Notas bibliográficas	. . . . .	279
Publicações recebidas	. . . . .	280

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.º — PORTO

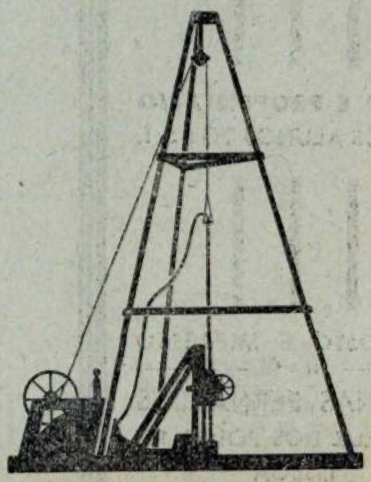
Agentes em todo o País

Sondages. Etanchements. Consolidations "Procédés Ródio"

Sondagens geológicas
Estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geofísico
Consolidação e impermeabilização de terrenos e alvenarias por meio de injecções de cimento, produtos químicos, emulsão betuminosa Shellperm, etc.
Estacas de beton armado, sistema **Ródio** sem fazer trepidar o solo
Rebocos comprimidos por «cement gun»
Fundações em terrenos difíceis por congelação artificial, ou baixando o nível da água friática.

Sociedade Anónima com séde em PARIS

As melhores referências no paiz e no estrangeiro



Engenheiro delegado para Portugal

Walter Weyermann

P. do Município, 32-2.º--LISBOA Tel. 2 8685

— Uma —
Impermeabilização
perfeita
obtem-se com

SIKA

nas construções urbanas, industriais
e obras hidráulicas

SUPRIME HUMIDADES
EVITA INFILTRAÇÕES

FABRICANTES:
KASPAR WINKLER & C.º
Zürich — Altstetten (Suissa)

AGENTE-DEPOSITÁRIO EM PORTUGAL:
CARLOS ABREU BAPTISTA
Rua da Emenda, 111, 1.º—LISBOA
Telefone 2 6902

EMULSÕES

de asfalto para estradas

Todos os tipos e percentagens

TELEFONE 2 0879
Telegramas: Epalda—LISBOA

FÁBRICA EM SACAVÉM

RÁDIO — TELEFONES — CABOS

APARELHOS DE
PRECISÃO PARA
MEDIDAS
ELÉCTRICAS

A MARCA DE
REPUTAÇÃO
MUNDIAL

Standard Electrica

Praça dos Restauradores 47, 1.º LISBOA

Telefones P. B. X. 2 5890 e 2 6165

União Eléctrica Portuguesa

S. A. R. L.

Rua Duque de Loulé, 240

PORTO

Telef. 2 830 P. B. X. e 90 Est.

CAPITAL { Acções . . . **40.000 contos**
Obrigações . . . **25.000 contos**

ELECTRICIDADE DO LINDOSO

FORÇA { instalada { hidráulica . **40.000** CV
térmica (reserva) **22.000** CV
já contratada . . . . . **30.000** CV
disponível . . . . . **10.000** CV

A **União Eléctrica Portuguesa** distribui e vende electricidade nos **distritos** de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU e de LEIRIA, pela mais extensa rêde de alta-tensão em Portugal (mais de 1.000 kms), levando fôrça motriz às FÁBRICAS e luz a CIDADES, VILAS, ALDEIAS e LOGARES

A **U. E. P.** facilita a electrificação de Fábricas e oferece as maiores vantagens nas suas tarifas

Consultar a U. E. P. e consumir a energia do Lindoso é proveitoso negócio

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMERCIO, 56, 3.º
LISBOA

OFICINAS E LABORATÓRIOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

As oficinas pedagógicas do Instituto Superior Técnico, de CARPINTARIA DE MOLDE, de INSTRUMENTOS DE PRECISÃO e de ELECTROTÉCNICA, fornecem todo o género de material escolar e de demonstração para o ensino técnico. Nos laboratórios de QUÍMICA ANALÍTICA, FÍSICA INDUSTRIAL E DE MINERALOGIA executam-se análises para o público

Para quaisquer informações, dirigir-se ao secretário da comissão executiva

TÉCNICA
CARLOS KRUS ABECASIS
DIRECTOR

ANO XVI - N.º 118 MARÇO 1941

O DR. ALFREDO BENSAÚDE

Palavras lidas na Academia das Ciências de Lisboa, na sessão de 6 de Fevereiro de 1941

PELO PROF. HERCULANO DE CARVALHO
DIRECTOR DO I. S. T.

A notícia do falecimento do Dr. Alfredo Bensaúde que um telegrama, inesperadamente, me anunciou, trouxe-me à idéia, em reflexo imediato, uma simples frase: «Morreu o Homem!»

Na verdade poucos terão merecido assim o epíteto na sua integral e mais nobre acepção. Homem de ciência, com múltiplas aptidões intelectuais, trabalhador primoroso no laboratório e até na oficina, pedagogo e homem de acção, capaz de projectar e realizar, senhor de vontade firme, tenaz, perseverante, êle seguiu sempre na vida trajectória da maior elegância moral.

Com inteligência aberta a tôdas as curiosidades do espírito e na posse de cultura invulgar, o Dr. Bensaúde parecia talhado para vir a ser um dilectante puro, atitude que as condições materiais lhe permitiam e que o seu egoísmo — se êle o escutasse, lhe havia de aconselhar.

Pois vemo-lo, pelo contrário, em certa altura da sua vida inteiramente dedicado ao serviço do País, empenhado em obra a que sacrificou sossêgo de espírito e os próprios interêsses materiais.

Vemo-lo fundando e dirigindo durante dez anos o Instituto Superior Técnico, organizado segundo as idéias que expusera em conferências e publicações e que formara durante o seu estágio na Alemanha. Chamado pelo ministro de então, o Dr. Brito Camacho, não quis furtar-se a ser o executor do que escrevera. Foi isto em 1911, tinha o Dr. Bensaúde cêrca de 54 anos.

Não devo neste momento demorar-me em considerações sôbre a sua obra fundamental, o I. S. T., a-pesar-de haver ainda muito que escrever e meditar sôbre as idéias mestras que presidiram a essa criação e terem ainda oportunidade as «Notas pedagógicas» do seu fundador.

Mas a acção do Dr. Bensaúde como reformador e pedagogo teve repercussões da maior importância sôbre a indústria portuguesa e não será descabido fazer sobressair êsse aspecto. Está nas boas tradições da nossa Academia o interêsse pelas ciências aplicadas, e pelo próprio desenvolvimento industrial do País. Ora a nossa indústria tem larga dívida a pagar à memória de Alfredo Bensaúde.

Quer directamente através do Técnico, quer pela influência que a nova estrutura do ensino da engenharia exerceu em outras

escolas, foi decisivo o impulso que as ciências técnicas em Portugal receberam da iniciativa do Dr. Bensaúde.

A criação de cinco especialidades autónomas para o engenheiro, era ao tempo inovação audaciosa para o nosso meio e bom alvo de críticas que se prolongaram por muito tempo.

É certo que, há trinta anos, o estado da indústria transformadora em Portugal só escassamente comportava a existência de engenheiros com formação estritamente dirigida para a mecânica ou para a electricidade ou para a química.

Previa-se que a Escola iria ser fonte de desempregados.

Como tantas vezes acontece, a crítica era ao mesmo tempo justa e... errónea. E o êrro provinha de lhe faltar a visão a distância, essa mesma intuïção que aconselhava a utilizar precisamente a nova Escola como impulsionadora do desenvolvimento industrial, criando técnicos para corresponder às exigências dum estado mais avançado de industrialização e que não se resignariam fàcilmente, portanto, a serem simples conservadores do que existia.

Sem a acção lenta, mas de ano para ano mais sensível e hoje quási triunfante, dessa «tropa de choque», teria resultado inútil o esfôrço isolado de alguns engenheiros distintos que, pelo seu próprio esfôrço ou valendo-se de escolas estrangeiras, fizeram a sua especialização.

Hoje, ninguém já pode pôr em dúvida a razão que assistia ao Dr. Bensaúde.

Não nos enganaremos afirmando que a indústria portuguesa, marcando já evidente progresso, atravessa neste momento o ponto crítico da sua evolução. Se conseguirmos atenuar suficientemente as dificuldades vindas do meio exterior, hoje revôlto, o progresso industrial do País alcançará, dentro em breve, ritmo acelerado. Ora, verifica-se, com satisfação, que o problema de encontrar técnicos especializados para levar essa obra a bom têrmo está notàvelmente simplificado.

Não fujo à tentação de exemplificar. Montou-se, há pouco tempo, em Portugal, uma indústria inteiramente nova entre nós e de grande importância económica. Nela colaboraram técnicos estrangeiros e portugueses. Em pouco tempo, o treino dos nossos engenheiros era julgado suficiente e a êles foi entregue, pràticamente, todo o fabrico e fiscalização. Dada a natureza muito especial desta indústria, o facto é demonstração cabal da qualidade e justa formação dos técnicos nacionais que recebem na escola prè-especialização indispensável para servir de suporte fácil à verdadeira especialização.

Factos como estes arreigam a convicção de que afoitamente se pode ir para um fomento industrial activo. E são êles as melhores ilustrações do livro que a gratidão dos engenheiros portugueses há-de escrever um dia à memória de Alfredo Bensaúde.

Falei em «especialistas» sem receio de pronunciar a palavra tabù. Todos os que me escutam a podem ouvir com simpatia. Mas, por vezes, em certos meios, a questão é agitada de maneira inquietante.

Contrapõe-se cultura geral a especialização e esta é excomungada como rebaixadora do espírito.

No entanto, de dia para dia, são precisos mais especialistas no mundo e torna-se indispensável limitar, cada vez mais, o âmbito da especialização.

Para certas escolas superiores o problema é vital, sob pena de deixarem de corresponder mesmo às necessidades actuais do meio.

O êrro está naturalmente na oposição que se estabelece como axioma entre «técnico» e «homem culto», sem querer admitir que as duas qualidades podem e devem coexistir.

O progresso rapidíssimo da ciência e da técnica obrigam o homem de hoje, se quer ser útil, a funcionar como roda dentada cada vez mais diferenciada e diminuta. Simplesmente, é necessário que a pequena engrenagem tenha idéia geral do conjunto onde funciona, do papel que nêle desempenha e consciência plena do seu destino superior.

É de crer mesmo que os grandes «técnicos das idéias gerais» tenham sido inicialmente, por via de regra, apenas bons especialistas; esta será a primeira fase e pode ser facêta que os acompanhe pela vida fora. Bons exemplos da coexistência de sólida cultura geral com a posse duma técnica em tôdas as suas

minúcias, tivemos nós e temos ainda, felizmente, na nossa Academia.

São, portanto, as minhas considerações, simples lugares comuns.

Mas vêm ainda a propósito do Dr. Alfredo Bensaúde que foi em vida um daqueles belos exemplos.

Falta-me a competência para fazer apreciações sôbre as suas valiosas memórias e notas de geologia e mineralogia. A paixão por esta ciência, onde era autoridade incontestável, acompanhou-o sempre. Ainda poucos meses antes da sua morte êle publicou a sua última nota: um curiosíssimo trabalho sôbre casos de silificação de certas rochas dos Açôres.

A Academia soube desde o princípio reconhecer o seu valor como cientista, elegendo-o como sócio correspondente em Julho de 1893, efectivo em 1911, e finalmente académico emérito em 21 de Março de 1929.

O Dr. Alfredo Bensaúde tinha habilidade manual notável; os trabalhos de laboratório e qualquer trabalho manual delicado atraíram-no sempre. Lembro-me que, numa das visitas que fiz a sua casa, êle me mostrou, com desvanecimento, a sua pequena oficina onde, todos os anos, êle próprio construía um . . . violino.

Mas através das várias modalidades da sua acção, o Dr. Bensaúde foi sempre, essencialmente, *professor*. Tive, durante um ano, a felicidade de ser seu discípulo e sinto ainda presente (já lá vão vinte anos) o interêsse que me despertavam as suas prelecções, feitas em linguagem a um tempo desataviada e elegante, sàbiamente doseadas de pormenores, quási sempre fruto de experiência própria.

A autoridade do mestre e o seu amor ao «facto científico» despertavam em nós um grande interêsse pelo seu curso. O ensino do Dr. Bensaúde tinha acima de tudo — e essa qualidade domina tôda a sua obra — um carácter de objectividade flagrante que punha os discípulos em contacto súbito com a realidade.

Esta característica arvorada em sistema pedagógico e a consagração do valor dos trabalhos práticos no ensino, eis talvez os dois maiores benefícios que resultaram da acção do Dr. Bensaúde.

*

Não pretendi fazer o elogio do académico sob tantos pontos ilustres, que a outro compete e para o que me faltaria estilo e autoridade.

Estas breves notas não passam de simples comentário. Mas desejaria que fôssem também consideradas como expressão da homenagem saüdosa e sincera dum antigo discípulo, cujas responsabilidades presentes aparecem desproporcionadas quando relembra a figura inconfundível do Dr. Alfredo Bensaúde.

A «CARTA DE SEXTANTE» NOS LEVANTAMENTOS HIDROGRÁFICOS

PELO ENG.º CIVIL (A. I. G.) ALBANO DO CARMO RODRIGUES SARMENTO
DIRECTOR DOS PORTOS DE SOTAVENTO DO ALGARVE

A execução dos planos hidrográficos, de importância capital para quem se ocupa de portos de mar e obras marítimas, exige a determinação da posição no plano de numerosos pontos cuja profundidade é medida por sondagem. A primeira parte do problema é semelhante ao que se encontra na topografia usual. Simplesmente, no mar não se podem instalar taqueómetros nem miras. Podem contudo medir-se distâncias por meio de cabos graduados que se desenrolam de tambores colocados em embarcações ou em terra. Podem também realizar-se medidas angulares por meio de goniómetros de reflexão, ou seja o sextante.

Daí diversos processos de trabalho. Distinguiremos:

1.º — O emprêgo de cabos graduados estendidos segundo alinhamentos marcados em terra e com a origem referida a um ponto em terra ou determinada no mar por um alinhamento marcado em terra.

2.º — O emprêgo de dois goniómetros horizontais (taqueómetros ou teodolitos, sem usar o círculo vertical) colocados nas extremidades de uma base em terra, determinando-se o ponto sondado por intersecção das visadas.

3.º — A leitura dos ângulos sob os quais são vistos dos pontos cuja posição se pretende conhecer dois pares de pontos fixos de posição conhecida. Na maior parte dos casos os dois pares têm um ponto comum, de forma que o número dos pontos fixos reduz-se a três. Para comodidade da exposição chamaremos a estes pontos fixos, cujas distâncias angulares têm de ser observadas, *pontos de sextante*.

Dêstes três métodos gerais o primeiro é reservado a zonas muito próximas de terra, geralmente canais, onde a sua aplicação é realmente prática, permitindo levantar perfis a pequena distância e cada um com sondagens a curto intervalo.

O segundo convirá apenas para levantamentos em zonas próximas da terra, pois se a distância é grande a identificação dos pontos sondados torna-se muito difícil, e que só se tenham de executar uma vez.

De facto não se deve esquecer que uma das características dos levantamentos hidrográficos é ser geralmente necessário repeti-los com freqüência, em virtude das alterações dos fundos. Isto justifica que se procure facilitar o trabalho dos sucessivos levantamentos, embora à custa de um aumento de trabalho inicial a realizar por uma só vez.

Ora quando se procede pela forma descrita em segundo lugar, o trabalho inicial é reduzido, pois só há a escolha da base a fazer; mas o levantamento pròpriamente dito é trabalhoso, não só pelas observações, como pela transcrição para o papel, operações ambas bastante incómodas. Destas considerações se conclue que o campo de aplicação dêste processo é limitado.

Alguns engenheiros mostram pelo sextante uma relutância que só se pode explicar porque o consideram um instrumento mais para marinheiros do que para engenheiros e preferem por isso recorrer aos taqueómetros ou teodolitos, mais a seu gôsto. Mas as condições em que êste segundo processo se pode recomendar, resumem-se assim: Curta distância da terra, levantamento a fazer por uma só vez.

Resta agora o terceiro método que é o mais geral. Permite levantar zonas próximas ou afastadas da terra, em escalas pequenas ou grandes. As condições em que se trabalha podem contudo divergir bastante. Podemos, como sucede nas cartas de marinha, desejar levantar grandes zonas em escala pequena. Nesse caso os pontos são em número relativamente pequeno, os pontos de sextante variados. Sendo pequena a escala, o desenho também o é, de modo que a transferência para o papel dos pontos sondados poderá fazer-se por meio do transferidor de três braços (Station pointer).

Outro caso porém pode aparecer e êsse é o mais freqüente para o engenheiro em serviço num pôrto, especialmente se os fundos dêsse pôrto, suas vizinhanças ou acesso, são móveis. Pode tratar-se de levantar a grande escala uma zona geralmente não muito grande, mais ou menos afastada de terra. Não podendo usar-se o primeiro dos métodos apontados porque o afastamento da terra ou a configuração da costa, ou outra qualquer circunstância o torna impossível ou pouco prático, sendo o segundo inaplicável pelas razões que, quando a êle nos referimos, apontámos, resta-nos o terceiro.

Nada se opõe à determinação dos pontos por distâncias angulares. Mas, quando se trata de os transferir para o papel aparecem as dificuldades. São principalmente duas. A morosidade, que para levantamentos com centenas de pontos é um inconveniente importante, e o afastamento dos pontos de sextante que, logo que a escala seja um pouco grande, pode tornar impossível o emprêgo do transferidor de três braços. Há quem faça a marcação num desenho a escala reduzida e depois amplie. É escusado frisar a falta de precisão que representa uma tal forma de proceder.

O método de inscrição dos pontos observados que vamos descrever, acompanhando essa descrição de um exemplo, corrige todos estes inconvenientes e dá ao processo de levantamento por ângulos medidos no mar uma generalidade e uma facilidade de execução que muito deve contribuir para a sua expansão.

Ao expô-lo não tem o autor nenhuma pretensão à originalidade nem a dar uma lição aos seus colegas. Simplesmente julga ser útil aos que encontrem as dificuldades que se lhe depararam.

Em 1933, estando no pôrto de Aveiro, teve ocasião de fazer um pequeno levantamento hidrográfico com o sextante, mas sem dispor de um transferidor de três braços (Station pointer). Por êsse motivo teve de servir-se dum processo gráfico de marcação dos pontos que resolvia a dificuldade mas não podia ser aconselhado, nem mesmo pelo seu autor, devido a vários inconvenientes. A êle fazemos referência no decorrer dêste trabalho.

Em 1938 apareceu no número de Agôsto da revista «The Dock and Harbour Authority», um artigo referente à sondagem pelo éco ultra-sonoro no qual se incluía uma figura com um trecho de uma *carta de sextante*. Saltou então à vista do autor a verdadeira solução do problema que a sua tentativa de 1933 tinha deixado a meio caminho.

Posteriormente ainda, em Abril e Junho de 1939, trouxe a mesma revista dois outros artigos em que a questão era tratada com algum desenvolvimento. A sua leitura, porém, deixa claramente perceber que, mesmo na Inglaterra, o processo é ainda pouco conhecido e pouco usado.

Ùltimamente teve o autor ocasião de o aplicar e de reconhecer as suas enormes vantagens. Pensou por isso trazê-lo ao conhecimento daqueles a quem possa interessar tão útil meio de trabalho.

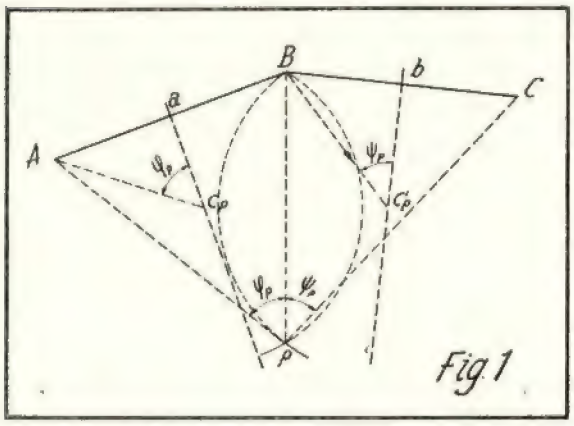
Neste artigo propõe-se o autor indicar os princípios sôbre que assenta o traçado da «carta de sextante» e descrever a forma de a executar. Seguidamente dará um exemplo que tornará o assunto mais claro.

Quando se pretende fazer o levantamento de uma zona marítima por meio do sextante, o problema a resolver é o chamado problema de Pothenot; a multiplicidade dos pontos torna impossível a aplicação dos processos analíticos e por isso emprega-se geralmente o transferidor de três braços que, no caso geral em que os pontos de sextante são apenas três, permite a resolução

mecânica do problema; já mostrámos os inconvenientes que esta pode apresentar. Vejamos agora a solução gráfica.

O princípio fundamental da resolução gráfica é a propriedade bem conhecida de ser o ângulo ao centro o dôbro do ângulo inscrito Daí se tira que o lugar geométrico dos pontos dos quais se vêem sob o mesmo ângulo dois pontos fixos é um arco de circunferência que passa pelos dois pontos considerados e cujo centro está no vértice de um triângulo isósceles de que a base é o segmento de recta que une os dois pontos fixos e o ângulo do vértice o dôbro do ângulo observado. O lugar geométrico dos centros de tôdas as circunferências que correspondem aos diversos ângulos observados é evidentemente a perpendicular ao meio do segmento que une os dois pontos fixos.

Traçada pois para cada par de pontos a circunferência correspondente ao ângulo observado, o ponto considerado está na intersecção dos dois arcos. Isto mostra-se na Figura 1 da qual se vê que é, abstraindo do índice p



$$ac = \frac{\overline{AB}}{2} \cot \varphi \qquad e \qquad bc' = \frac{\overline{BC}}{2} \cot \psi$$

Calculando ac e bc', para os valores de φ e ψ que interessassem à região considerada, tomados com um certo intervalo dependente da escala e marcando os pontos c e c' assim achados, as linhas dos centros ficariam graduadas em ângulos.

Para marcar um ponto p de que se observavam os ângulos φ_p e ψ_p, interpolar-se-ia à vista a posição dos centros C_p e C'_p, e com um compasso, tomando para cada um a distância ao ponto de sextante central B, traçar-se-iam os arcos de círculo respectivos. O cruzamento dos dois arcos dava o ponto p.

Êste sistema contudo não seria muito prático, por exigir operações gráficas complicadas. Além disso a sua aplicação implica que o ponto de sextante central e as linhas dos centros caibam no desenho que contém a zona a levantar, o que muitas vezes não acontece.

A «carta de sextante» é o desenvolvimento dêste princípio. Em vez, porém, de se graduar a linha dos centros traçam-se os arcos de circunferência na região onde se deve fazer o levantamento e em vez de se interpolar o centro interpola-se o ponto na quadrícula que formam os diversos arcos traçados.

Vamos agora ver como se constrói.

Numa carta de pequena escala marcam-se pelas suas coordenadas os pontos susceptíveis de serem utilizadas como *pontos de sextante* e a zona cujo levantamento nos interessa. Um exame cuidadoso far-nos-á escolher os mais convenientes. As condições a realizar devem ser: boa visibilidade, cruzamentos dos arcos aproximando-se da normal, variação rápida dos ângulos observados, para o que estes não devem ter valores muito baixos, 25° por exemplo no mínimo, convindo no entanto mais ângulos acima de 30° mas não excedendo 100°.

No traçado da «carta de sextante» três casos se podem apresentar:

1.° — *Os pontos de sextante que designaremos por A, B, C, as linhas dos centros e a zona a levantar caem dentro de uma prancheta.*

Êste é o caso mais simples. Traça-se em primeiro lugar com o maior cuidado e na escala conveniente uma rêde de linhas ortogonais que será a quadrícula das coordenadas. Marcam-se os pontos A, B e C por meio das suas coordenadas. Unem-se por segmentos os pontos AB e BC. Traçam-se as perpendiculares ao meio dêsses segmentos. Marca-se também a zona que corresponde

ao levantamento a efectuar e que geralmente será limitada por um rectângulo (Fig. 2).

Escolhido, em face da escala, o intervalo a dar aos ângulos φ e ψ e verificados os valores extremos dêstes ângulos, calculam-se os valores

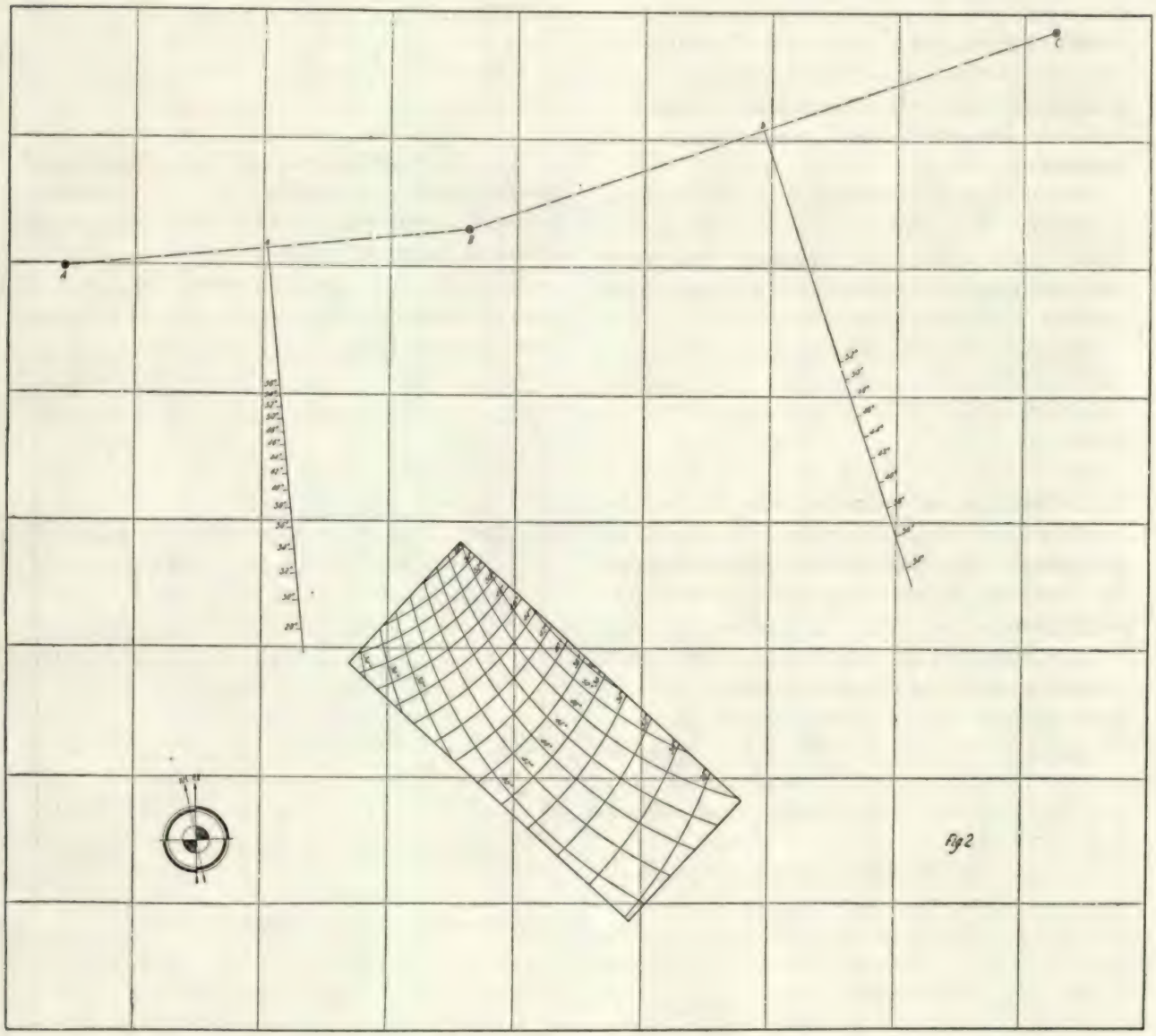
$$d_1 = \sqrt{(X_1 - X_0)^2 + (Y_1 - Y_0)^2}$$

$$d_2 = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$\frac{d_1}{2} \cot \varphi \quad (1)$$

$$\frac{d_2}{2} \cot \psi \quad (2)$$

Os valores (1) e (2) são marcados sôbre as perpendiculares, a partir respectivamente dos pontos *a* e *b*. Com um cintel, fazendo centro nos pontos assim marcados e tomando a distância dêsses centros até ao ponto B, traçam-se os arcos de circunferência na zona limitada pelo rectângulo.



Não será necessário calcular a posição dos centros de todos os arcos traçados. Assim por exemplo se os arcos são traçados de 10 em 10 minutos, bastará calcular os centros para todos os graus e dividir os intervalos em 6 partes iguais.

Deverá fazer-se um exemplar em tela cujas cópias serão utilizadas no trabalho de

levantamento. É preferível contudo fazer o original em papel indeformável. Empregar-se-ão diferentes grossuras de traço para as circunferências: Se, por exemplo, o último intervalo é de 10', poderia empregar-se um traço grosso para os graus, um menos grosso para os 30' e um fino para os 10', 20', 40' e 50'.

2.º — *Os pontos de sextante caem fora da prancheta, mas as linhas dos centros e a zona a levantar caem ainda dentro da prancheta.*

Neste caso determinaremos pelo cálculo a posição das linhas dos centros, nestas linhas um ponto cuja distância ao pé da perpendicular seja conhecida e ainda os raios das circunferências.

Os raios são calculados pelas expressões

$$\frac{d_1}{2 \operatorname{sen} \varphi} \quad (3), \qquad \frac{d_2}{2 \operatorname{sen} \psi} \quad (4)$$

Acharemos as equações das linhas dos centros, que serão traçadas por meio da quadrícula das coordenadas. Calcularemos em seguida as coordenadas de um ponto de distância dada ao pé da perpendicular, o qual nos servirá de origem secundária, para marcar os centros das circunferências. Traçamos então estas com um cintel, tomando os raios numa régua onde sôbre uma tira de papel colado se tenham marcado os valores dos mesmos calculados pelas expressões (3) e (4).

A equação da perpendicular ao meio do segmento que une dois pontos de coordenadas (X_0, Y_0) (X_1, Y_1), isto é, a equação da linha dos centros relativa aos pontos $A\,(X_0, Y_0)$ e $B\,(X_1, Y_1)$ é:

$$y = \frac{X_1 - X_0}{Y_0 - Y_1} x + \frac{Y_0 + Y_1}{2} - \frac{X_1 - X_0}{Y_0 - Y_1} \times \frac{X_0 + X_1}{2} \quad (5)$$

As coordenadas do pé da perpendicular, origem das medições da linha dos centros são

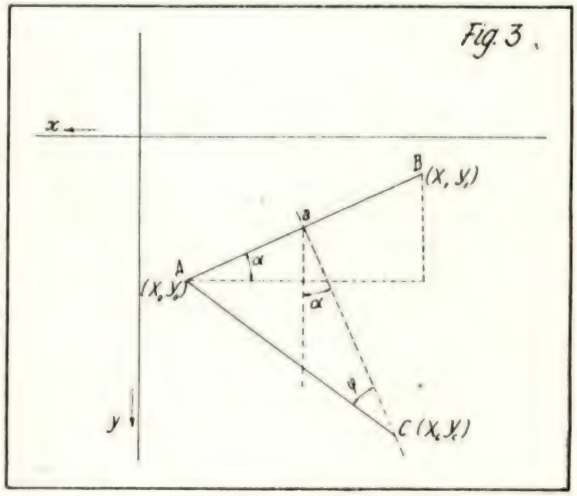
$$\frac{X_0 + X_1}{2}, \qquad \frac{Y_0 + Y_1}{2}$$

Conhecido o coeficiente angular da linha dos centros $\left(\frac{X_1 - X_0}{Y_0 - Y_1} = \operatorname{tg} \alpha\right)$, as coordenadas do ponto origem e o sentido em que deve ser medida a distância D, a determinação das coordenadas do ponto situado à distância D do pé da perpendicular e que servirá de origem secundária é dada pela expressão

$$X_D = \frac{X_0 + X_1}{2} \pm D \cos \alpha \qquad Y_D = \frac{Y_0 + Y_1}{2} \pm D \operatorname{sen} \alpha$$

3.º — *Na prancheta só é possível colocar o rectângulo que define a zona a levantar.*

Neste caso, que é o mais trabalhoso, é necessário traçar as circunferências por pontos; acharemos as respectivas equações, para o que começaremos por achar as coordenadas dos centros (fig. 3).



As coordenadas do ponto *a* são

$$\frac{X_0 + X_1}{2}, \qquad \frac{Y_0 + Y_1}{2}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{Y_1 - Y_0}{d} \qquad \cos \alpha = \frac{X_1 - X_0}{d}$$

As coordenadas do ponto *c* são

$$X_c = \frac{X_0 + X_1}{2} \pm \frac{d}{2} \cot \varphi \times \operatorname{sen} \alpha =$$

$$= \frac{X_0 + X_1}{2} \pm \frac{d}{2} \cot \varphi \, \frac{Y_1 - Y_0}{d} =$$

$$= \frac{X_0 + X_1}{2} \pm \frac{Y_1 - Y_0}{2} \cot \varphi$$

$$Y_c = \frac{Y_0 + Y_1}{2} \pm \frac{d}{2} \cot \varphi \times \cos \alpha =$$

$$= \frac{Y_0 + Y_1}{2} \pm \frac{d}{2} \cot \varphi \frac{X_1 - X_0}{d} =$$

$$= \frac{Y_0 + Y_1}{2} \pm \frac{X_1 - X_0}{2} \cot \varphi$$

O sinal $\pm$ do segundo têrmo das expressões de X_c e Y_c depende do sentido positivo dos eixos e da posição relativa da zona do levantamento. No caso da figura seria em definitivo

$$X_c = \frac{X_0 + X_1}{2} + \frac{Y_1 - Y_0}{2} \cot \varphi$$

$$Y_c = \frac{Y_0 + Y_1}{2} - \frac{X_1 - X_0}{2} \cot \varphi$$

A equação das circunferências será

$$(x - X)^2 + (y - Y)^2 = R^2 \qquad (6)$$

Segundo as expressões (3) e (4) é

$$R = \frac{d}{2 \operatorname{sen} \varphi}$$

Em resumo: para ter as equações das diversas circunferências é necessário calcular para cada par de pontos de sextante e para cada ângulo as expressões

$$\frac{X_1 - X_0}{2} \cot \varphi \qquad \frac{Y_1 - Y_0}{2} \cot \varphi \qquad \frac{d^2}{4 \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

produtos nos quais um dos factores é constante.

No caso que vimos discutindo será preferível, em vez de usar as coordenadas geodésicas que formam um ângulo qualquer com os lados do rectângulo que define a área da carta, transformar as coordenadas e referi-las a eixos paralelos a êsses lados. Nesse caso podem achar-se os pontos de intersecção das circunferências com os lados do rectângulo e diversas paralelas a estes por meio de expressões relativamente simples.

Assim se na equação (6) fazemos $x = 0$ ou $y = 0$, vem-nos

$$y = Y_c \pm \sqrt{R^2 - X_c^2} \qquad x = X_c \pm \sqrt{R^2 - Y_c^2}$$

Se fizermos $x = a$ ou $y = b$, vem-nos

$$y = Y_c \pm \sqrt{R^2 - (a - X_c)^2} \qquad x = X_c \pm \sqrt{R^2 - (b - Y_c)^2}$$

Como os arcos de circunferência serão sempre inferiores a π contaremos apenas com o sinal menos nas expressões acima.

Um desenho em escala reduzida mostrará claramente quais os valores que se deverão atribuir a *a* e *b* para obter pontos convenientes para o traçado.

Outro sistema que se pode empregar para o traçado das circunferências consiste em determinar os pontos extremos, isto é, as intersecções do arco com os lados do rectângulo e depois calcular diversos pontos por ordenadas sôbre a corda ou sôbre a tangente.

Assim se o comprimento total da corda é C, o seno do semi-arco será

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{C}{2R}$$

Poderemos numa qualquer tábua de curvas procurar o coseno correspondente, ou mesmo o seno verso (1 — cos). A flecha ao meio da curva será

$$R \left(1 - \cos \frac{\alpha}{2}\right)$$

Esta operação pode ser repetida para as duas metades e sucessivamente as vezes que fôr necessário. A segunda operação dá-nos dois pontos, a terceira quatro, a quarta oito, etc.

Poderá também proceder-se por outra forma. Traçamos uma paralela à corda a uma distância desta igual à flecha calculada, e temos assim uma tangente à circunferência, sôbre a qual podemos marcar os pontos da circunferência por meio da relação

$$y = R \left(1 - \cos \operatorname{ang} \operatorname{sen} \frac{X}{R}\right)$$

Esta expressão só aparentemente é complicada, pois apenas há a calcular $\frac{x}{R}$. As tábuas dão logo a expressão cos ang sen $\frac{x}{R}$ ou até mesmo $1 -$ cos ang sen $\frac{x}{R}$ (sen verso).

* * *

Vamos agora ver a aplicação dêstes princípios a um exemplo. Refere-se êste à barra do Guadiana onde a terra se encontra muito longe para que nela se possam marcar perfis e ainda mais é terra estrangeira que nos é inacessível para êsse fim.

Pareceu-nos pois que seria uma excelente ocasião de ensaiar a *carta de sextante*.

Pelo Ex.mo Sr. Capitão-Tenente Henriques de Brito, que em 1938 tinha procedido à rectificação da carta da costa de Sotavento do Algarve, foram-nos fornecidas as coordenadas geodésicas de vários pontos notáveis da região da foz do Guadiana. Dada a circunstância da mais importante parte da costa ser espanhola seria difícil, para não dizer impossível, construir marcas visíveis o que nos obrigou a servirmo-nos dos objectos naturais. O estudo feito na carta a 1 : 15.000 levou-nos a escolher três pontos de sextante que aliás têm uma excelente visibilidade. São êles da esquerda para a direita:

	Dist. a mer.	Dist. à perp
(A) Farol de Vila Real de Santo António (Portugal).....	—152.438,8	168.019,2
(B) Tôrre de Canela (Espanha)	—155.631,6	167.707,4
(C) Chaminé da Figueirita (Espanha)	—160.248,0	166.149,0

As distâncias entre êles são:

AB	3.208m,0
BC	4.872,m3

Sendo a distância entre os pontos de sextante e o extremo da zona a levantar de cêrca de 8 km e desejando empregar a escala de 1:2.000 vê-se imediatamente que estamos no terceiro caso.

Em todo o caso, para evitar calcular as circunferências por pontos, o que é mais trabalhoso, colocamo-nos, por meio de um ligeiro artifício, no segundo caso. Para isso fixámos numa prancheta a parte do desenho que compreendia a zona do levantamento, rectângulo de $1^m,50 \times 0^m,65$ no qual estava traçada a quadrícula das coordenadas, de 500 em 500 metros. As linhas dos centros foram fixadas em pranchetas auxiliares que, uma por cada vez, foram rìgidamente ligadas àquela. As circunferências foram traçadas com um cintel cuja haste, em duas partes, podia atingir 2 metros.

Para localizar aquelas pranchetas auxiliares traçámos na zona do desenho uma paralela à linha dos centros a uma distância determinada desta. Sôbre essa paralela marcámos um ponto correspondente a outro sôbre a linha dos centros que ficava a uma distância dada da origem e nos serviria de origem secundária para marcação dos centros.

Vejamos a aplicação aos pontos B e C (Fig. 4) cujas coordenadas são respectivamente

$$X_1 = -155.631,6 \qquad Y_1 = 167.707,4$$
$$X_2 = -160.248 \qquad Y_2 = 166.149$$

Para ter números mais pequenos transferimos a origem das coordenadas para o ponto $x = -155.000$ $y = 166.000$ ficando-nos pois

$$X_1 = -\ 631,6 \qquad Y_1 = 1.707,4$$
$$X_2 = -5.248 \qquad Y_2 = 149$$

Segundo (5) a equação da linha dos centros é

$$y = \frac{-5.248 + 631,6}{1.707,4 - 149} x + \frac{1.707,4 + 149}{2} - \frac{-5.248 + 631,6}{1.707,4 - 149} \times \frac{-631,6 - 5.248}{2}$$
$$= -2,9623\ x - 7.780,4$$

Para achar a paralela que fica a 3.400 metros temos que somar ao termo conhecido daquela equação

$$\frac{3.400}{\text{cos ang tg } 2,9623} = 3.400 \times 3,1265 = 10.630,1$$

A equação da paralela é

$$y = -2{,}9623\ x + 2.849{,}7$$

As coordenadas do pé da perpendicular (linha dos centros) são

$$X = \frac{X_1 + X_2}{2} = -2.939{,}8 \quad Y = \frac{Y_1 + Y_2}{2} = 928{,}2$$

As coordenadas do ponto da paralela que corresponde ao que fica sôbre a linha dos centros a 3.000 metros da origem são (sendo α = ang tg 2,9623)

$$x = X + 3.400 \text{ sen } \alpha - 3.000 \cos \alpha$$
$$y = Y + 3.400 \cos \alpha + 3.000 \text{ sen } \alpha$$

ou

$$x = -677{,}8\ , \quad y = 4.858{,}2$$

A figura mostra como foi feita por uma espécie de triangulação a colocação das pranchetas e realizadas as operações para

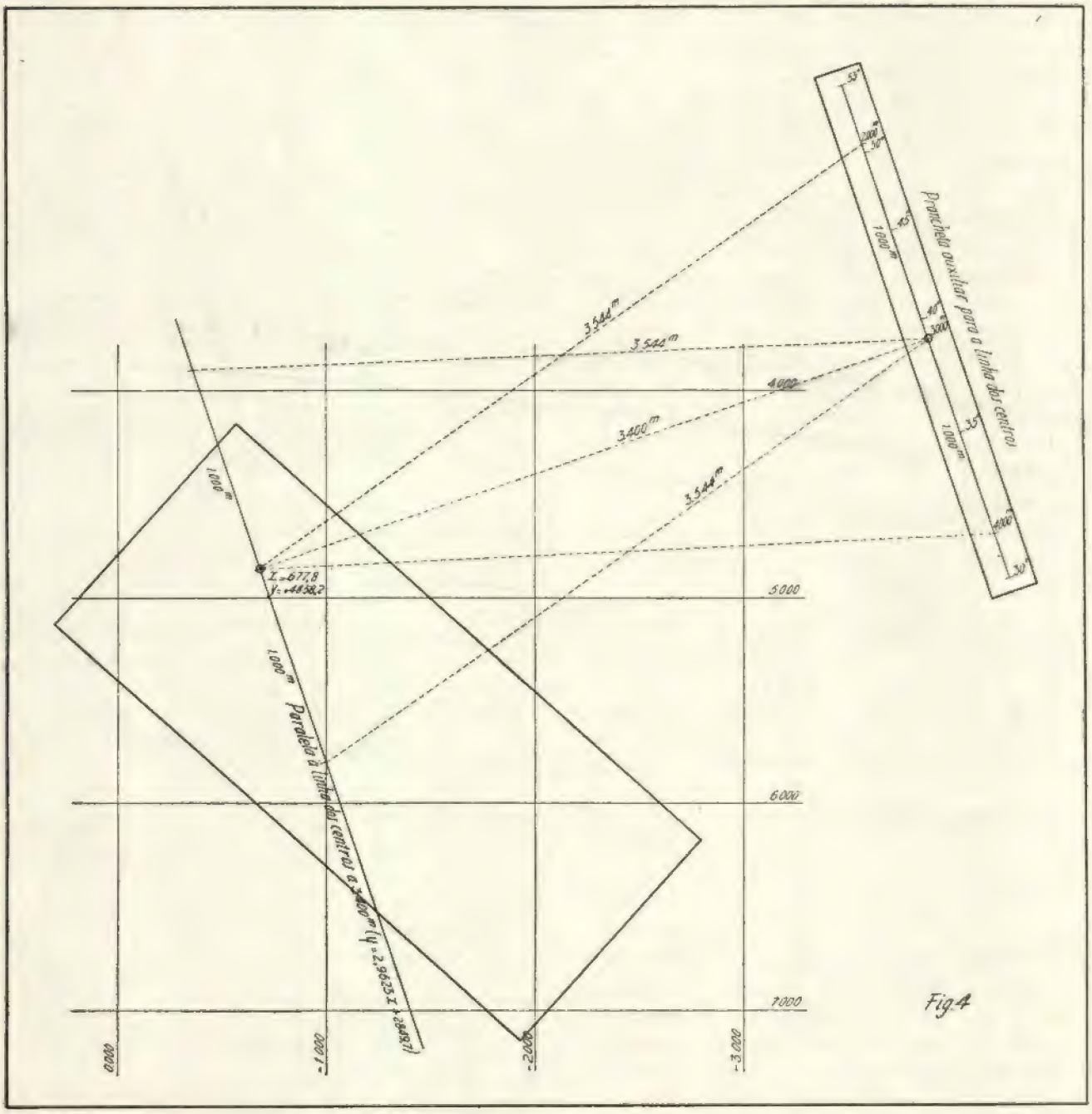


Fig. 4

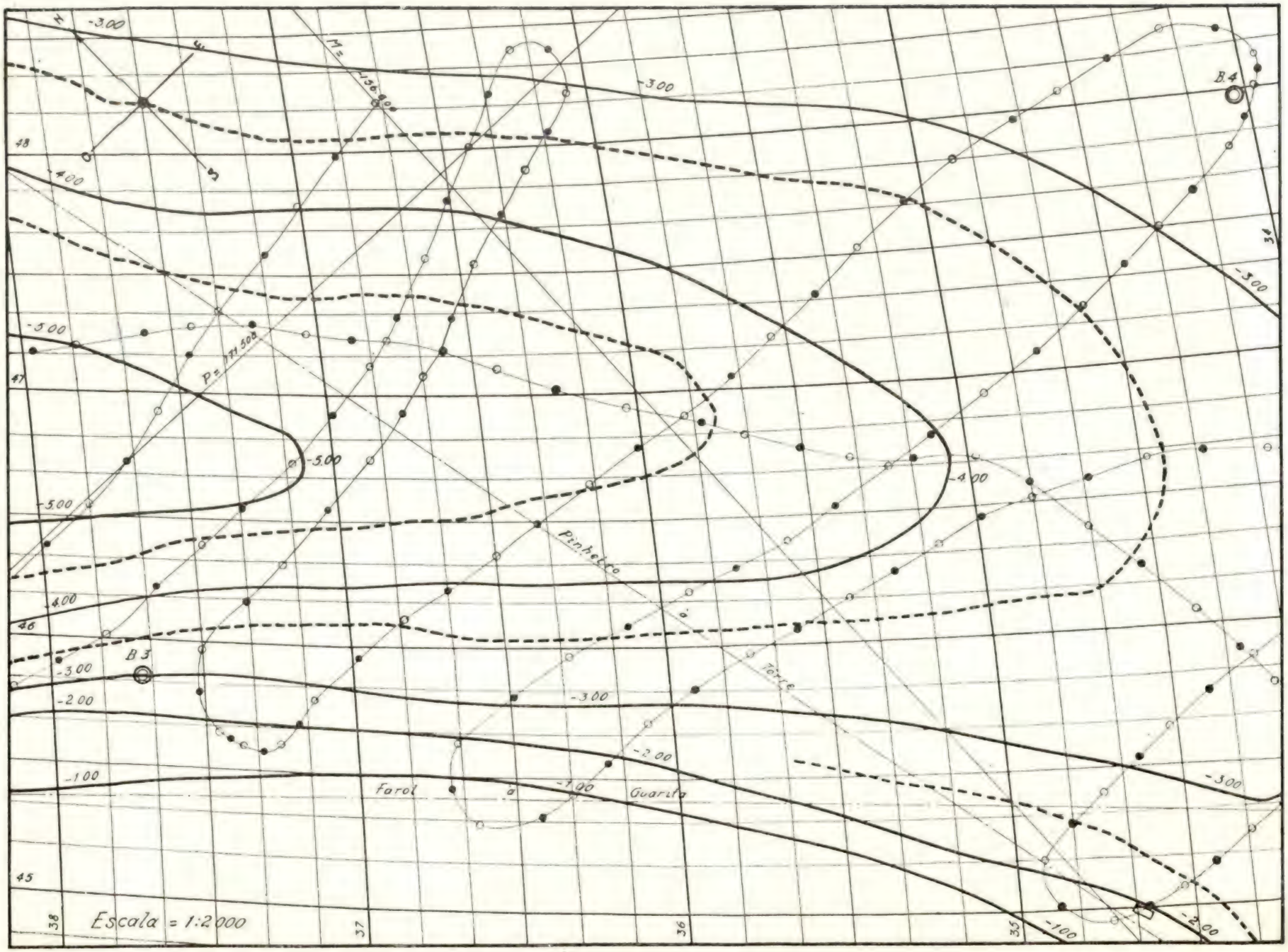

Escala = 1:2000
Farol
Guarita
Pinheiro
Torre
B.3
B.4
-3.00
-4.00
-5.00
-2.00
-1.00
48
47
46
45
38
37
36
35
34

Fig. 5

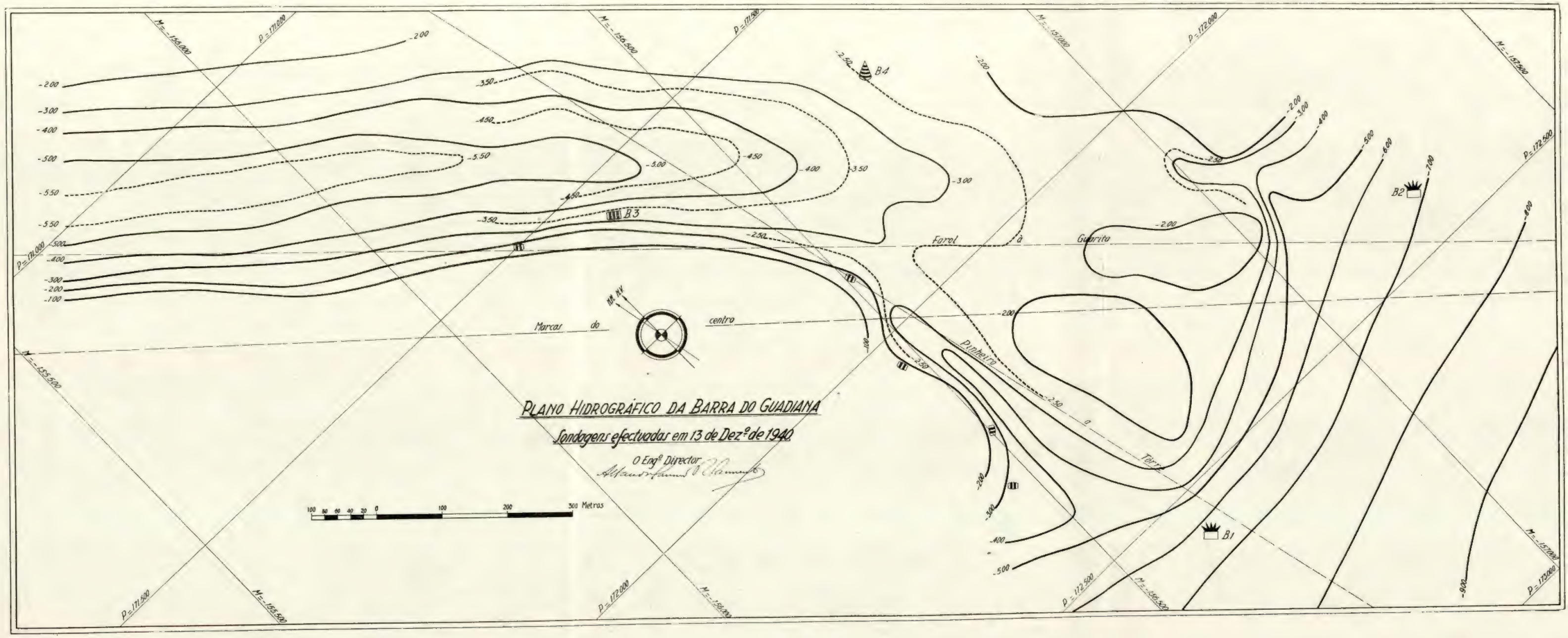

PLANO HIDROGRÁFICO DA BARRA DO GUADIANA
Sondagens efectuadas em 13 de Dez.º de 1940
O Eng.º Director
Marcar do centro
Farol à Guarita
Pinheiro
Torre
B1
B2
B3
B4
100 80 60 40 20 0 100 200 300 Metros

Fig. 6

os pontos B e C (Canela e Chaminé). Calculadas as distâncias $\frac{d}{2}$ cot φ, que vêm referidas ao pé da perpendicular, nada mais fácil do que marcar a posição dos centros, desde que conhecemos o ponto que dista da origem 3.000 m. Para os pontos A e B (Farol-Canela) a marcha das operações foi a mesma.

Para guia do trabalho tínhamos traçado em pequena escala (adoptámos a de 1:15.000 por possuirmos a carta nessa escala) a *carta de sextante* segundo o primeiro caso.

No trabalho definitivo, as distâncias $\frac{d}{2}$ cot φ e os raios $\frac{d}{2 \text{ sen } \varphi}$ foram calculados de grau em grau. Os valores para os intervalos de 10', de forma a interpolar o minuto à vista foram obtidos por divisão em seis partes dos intervalos correspondentes ao grau, tanto para a posição dos centros, como para os valores dos raios.

A título de indicação damos a seguir uma tabela com aqueles valores de 5 em 5 graus.

	Farol-Canela		Canela-Figueirita	
	$\frac{d}{2} = 1.604,0$		$\frac{d}{2} = 2.436,1$	
Ang.	$\frac{d}{2}$ cot φ	$\frac{d}{2 \text{ sen } \varphi}$	$\frac{d}{2}$ cot φ	$\frac{d}{2 \text{ sen } \varphi}$
25	3.439,8	3.795,4	—	—
30	2.778,2	3.208,0	4.219,4	4.872,2
35	2.290,7	2.796,5	3.479,1	4.294,2
40	1.911,6	2.495,4	2.903,2	3.789,9
45	1.604,0	2.271,6	2.436,1	3.450,0
50	1.345,9	2.093,9	2.044,1	3.180,1
55	1.123,1	1.958,2	1.705,8	2.973,9
60	926,7	1.852,1	—	—

Certos alinhamentos importantes foram marcados pela sua equação, deduzida a partir das coordenadas dos pontos que os definem.

Damos um fragmento da carta de sextante, no qual marcámos os alinhamentos de referência, os percursos da embarcação com os pontos determinados pelos ângulos medidos (pequenos círculos abertos) e interpolados (pequenos círculos negros) e as curvas batimétricas resultantes.

Não pusemos as cotas dos pontos para não complicar o desenho que já parece bastante confuso. Deve notar-se, porém, que, na prática, o emprêgo de côres diferente e a diferente natureza dos traços torna o desenho muito mais claro.

Damos também uma redução da parte mais importante do plano hidrográfico da barra do Guadiana, depois de terminado.

À primeira vista pode parecer, depois da leitura do presente artigo, talvez um pouco prolixo, que o estabelecimento de uma *carta de sextante* em escala grande é demasiado trabalhoso. Mas é necessário não esquecer a extrema comodidade e facilidade do trabalho de levantamento que ela proporciona.

Se se dispõe de dois sextantes e dois operadores, as operações no mar adquirem uma simplicidade extrema. A embarcação marchará com velocidade reduzida segundo os percursos que a disposição dos locais aconselhar; as sondagens serão feitas a tempos, isto é, a intervalos fixos. As leituras dos ângulos podem ser feitas em pontos alternados, cada observador lendo um dos ângulos. A marcação no papel que se faz por interpolação à vista, ao simples enunciado dos ângulos, pode ser feita imediatamente. Logo que se chega a terra, com a consulta do gráfico do marégrafo, ou do registo da leitura da escala de tantos em tantos minutos faz-se a conversão das sondas.

O levantamento pode estar desenhado e pronto no próprio dia em que se sondou, ou no dia seguinte.

No caso de se dispôr de um só observador as leituras poderão ser feitas em ângulos alternados, interpolando-se o valor do ângulo não lido.

Julgamos que estes resultados, que se podem obter amiudadas vezes, e que limitam o tempo no mar ao mínimo, de modo a aproveitar qualquer período de bonança, compensam bem o trabalho que se fêz por uma só vez para traçar a *carta de sextante,* ainda mesmo que se caia no terceiro caso em que aliás os grandes raios das circunferências permitirão substituí-las sem êrro sensível por poligonais muito abertas.

ESCOAMENTO DE ÁGUA EM CONDUTA LIVRE A ALTAS VELOCIDADES

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) JOSÉ FILIPE REBÊLO PINTO
BOLSEIRO DO I. A. C.

(Conclusão do número anterior)

Perturbações produzidas directamente na superfície de separação da água e do ar, devidas à velocidade relativa dos dois fluídos

Considerámos até aqui apenas as perturbações da superfície livre devidas a fenómenos inerentes à mecânica do escoamento, sem tomar em conta as perturbações produzidas directamente na superfície de separação da água e do ar, provenientes da velocidade relativa dos dois fluídos. Chamaremos a esta causa de perturbação da superfície livre: acção do ar.

Passaremos agora a estudar a acção do ar, comparável até certo ponto à acção do vento em água parada.

Comecemos pois pela *acção do vento em água tranqüila.*

Todos nós temos observado numa calma manhã de verão, uma baía ou mesmo uma lagoa ou um lago situados próximo da nossa costa. A superfície da água, muito lisa, tem o aspecto dum espelho, reflectindo-se nela as imagens de todos os objectos vizinhos.

Veem-se por vezes pequenas perturbações locais da superfície, que logo desaparecem.

À medida que o sol vai subindo a terra aquece mais do que a água e começa a sentir-se uma leve brisa vinda do mar. Enquanto esta brisa não ultrapassa uma velocidade de cêrca de 0,20 m/seg. a superfície da água continua espelhenta; quando atinge aproximadamente 0,40 m/seg. o poder de reflexão da água diminue muito. A superfície apresenta-se então rugosa: são pequeninas ondas capilares. Êste primeiro estado de perturbação é caracterizado pelo facto de estas pequenas ondas desaparecerem quando cessa a causa que as provoca, isto é, elas são incapazes de se propagar; assim, uma parte da superfície da água abrigada da brisa, mantém-se espelhenta.

A brisa, aumentando de intensidade, começa a ser verdadeiro vento. Quando êste atinge uma velocidade próxima de 1,10 m/seg. a superfície da água passa a um novo estado de perturbação; formam-se então pequenas ondas que se distribuem com uma grande regularidade por tôda a superfície da água.

Estas já são verdadeiras ondas de gravidade.

As pequeninas ondulações capilares desaparecem da crista e da face exposta ao vento destas ondas, mas continuam a ver-se na face e na parte da cava abrigadas do vento. Estas ondas crescem quando a velocidade do vento aumenta, não dependendo porém o seu crescimento apenas dessa condição. Uma forte rajada perturba sensìvelmente a superfície, podendo mesmo destacar pequenas gotas de água, mas não produz ondas.

No caso de uma baía, lagoa ou lago, as ondas começam a formar-se próximo da margem primeiro atingida pelo vento, crescem à medida que se afastam dela e atingem o máximo de grandeza próximo da margem oposta. No entanto estas ondas são pequenas, comparadas com as produzidas no oceano por um vento da mesma intensidade.

Para o crescimento das ondas é portanto necessário que a velocidade do vento aumente, que a sua duração seja suficiente e

que êle actue sôbre uma extensão suficientemente grande.

Vejamos qual o mecanismo da formação e crescimento das ondas.

Êste foi estudado por Lord Kelvin para o caso de fluídos não viscosos e com movimentos irrotacionais. Essa teoria encontra-se em vários livros de hidráulica [1].

Os resultados obtidos pela aplicação dessa teoria não concordam porém com as observações directas. Constatando esta discordância Harold Jeffreys [2] apresentou uma nova teoria na qual considera o movimento do vento rotacional. O vento exerce uma pressão mais forte na face da onda exposta do que na face abrigada; quando esta diferença de pressões é superior à resistência da viscosidade da água começam a formar-se ondas.

Jeffreys dá uma expressão relacionando a velocidade do vento e a celeridade das ondas:

$$C\,(V-C)^2 \geqslant \frac{4\,\nu\,g\,(\rho-\rho')}{S\,\rho'} \qquad (1)$$

V — velocidade do vento
C — celeridade das ondas
ν — viscosidade cinemática da água
g — aceleração da gravidade
ρ e ρ' — densidade da água e do ar
S — coeficiente de abrigo.

Quando aquela desigualdade se verificar as ondas têm tendência para crescer. O segundo membro da desigualdade é essencialmente positivo logo, para que aquela desigualdade se verifique, é necessário que C se afaste suficientemente de zero e de V.

O primeiro membro torna-se máximo, para um vento constante V, fazendo $C=\frac{1}{3}V$. Substituindo na desigualdade C por $\frac{1}{3}V$ verifica-se que, para que exista um valor de C satisfazendo a essa desigualdade, é necessário que:

$$V^3 \geqslant \frac{27\,\nu\,g\,(\rho-\rho')}{S\,\rho'} \qquad (2)$$

Esta relação determina a velocidade mínima do vento capaz de produzir ondas. Para um vento mais forte existirá uma série de valores de C satisfazendo a desigualdade 1), logo serão possíveis várias celeridades e conseqüentemente vários comprimentos de ondas.

Na desigualdade 2) tôdas as quantidades são conhecidas excepto S.

Se se determinar experimentalmente qual a mínima velocidade do vento que produz ondas, pode-se achar o valor de S. Jeffreys diz que essa velocidade é de 1,10 m/seg., à qual corresponde um valor de S igual a 0,27.

A celeridade da onda será $C=\frac{1}{3}V=0{,}366$ m/seg. a que corresponde um comprimento de onda de $8^{cm},8$ aproximadamente.

Esta teoria está de acôrdo com os princípios modernos da mecânica dos fluídos.

Consideremos o escoamento de um fluído ao longo de uma superfície curva.

Enquanto o escoamento fôr irrotacional não se exerce nenhuma acção sôbre a superfície, pois em escoamento potencial a resultante da distribuïção das pressões nunca pode ter uma componente na direcção do escoamento.

Há de facto um atrito, mas êsse é devido directa ou indirectamente à influência da viscosidade do fluído. Para números de

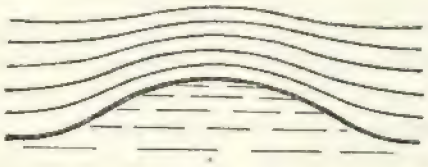


Fig. 25

Reynolds muito baixos as fôrças predominantes são as da viscosidade, as quais se transmitem ao fluído vizinho, sofrendo as linhas de escoamento uma deformação em grande profundidade fig. 25.

(1) Horace Lamb — Hydrodinamics, Milne Thomson — Theoretical Hydrodinamics, etc.

(2) Proceedings of the Royal Society of London — Series A 1925 pag. 189 — 1926 pag. 241 e «Additional Notes» do livro de Vaughan Cornish — Ocean Waves.

A resistência encontrada neste escoamento é chamada «deformation drag» ou «trainée de deformation» ([1]).

Para números de Reynolds muito mais elevados a deformação das linhas de escoamento é limitada a uma pequena camada do fluído junto da superfície fig. 26. Dá-se então uma acção já importante que é chamada «surface drag» ou «trainée de surface».

Mas se a superfície tiver uma forma que origine um descolamento do escoamento, o fenómeno complica-se. A partir do ponto de descolamento forma-se um «wake» ou «sillage» no qual a pressão é menor e o fluído se move em sentido contrário ao do escoamento, ou melhor, tem um movimento circulatório (fig. 27). Neste caso existe uma componente na direcção do escoamento, «form drag» ou «trainée de forme», e uma outra normal à primeira «lift» ou «portance».

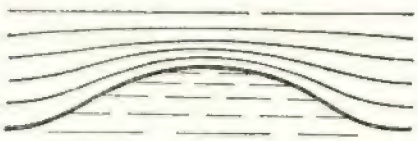


Fig. 26

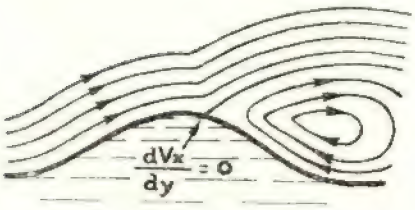


Fig. 27

Aplicando o que se acaba de dizer ao caso de o fluído em movimento ser o ar e a superfície curva ser a de uma onda, vê-se claramente qual o mecanismo do crescimento das ondas.

Na face da onda exposta ao vento a pressão é maior do que na face abrigada; a componente «form drag» tende a acelerar a onda e a outra componente «lift» a fazê-la crescer.

Nota-se muito bem o fenómeno representado na fig. 27, quando se navega num pequeno barco à vela, à popa ou a um largo, com vaga do alto correndo na direcção do vento. A vela enche-se quando se passa sôbre a crista da vaga, mas uma vez na cava da vaga o pano bate indicando que o vento vem de prôa.

As acções do vento atrás descritas são muito pequenas sôbre cada onda. Para se formarem grandes ondas é portanto necessário que a acção do vento se exerça numa extensão bastante grande.

Consideremos por agora apenas o caso de água profunda, no qual a única fôrça que se opõe à formação e ao crescimento das ondas é a viscosidade da água.

Para se formarem ondas já vimos que é necessário que a acção do vento seja capaz de vencer a viscosidade da água, condição 2) de Jeffreys.

Para que as ondas cresçam é necessário que a velocidade do vento seja tal que ela forneça às ondas uma quantidade de energia superior à que elas perdem devido à viscosidade da água, condição 1) de Jeffreys.

Se a velocidade do vento e a celeridade das ondas satisfizerem a esta condição, e se o vento actuar numa extensão suficientemente grande, as ondas vão crescendo, aumentando de volume e de velocidade. Formam-se então ondas com grande comprimento e uma forma arredondada, que no mar tomam o nome de vagas do alto ou do largo. Estas ondas, como dispõem de muita energia, podem caminhar a grande distância, o que explica no mar a presença de grandes ondas com tempo calmo.

Se a velocidade do vento fôr muito superior à celeridade dessas ondas, não se satisfazendo a condição 1), formam-se sôbre elas outras ondas de menor comprimento e de forma angular. No mar estas ondas tomam os nomes de cachão, vagalhão ou mareta. A forma angular da crista destas ondas provoca uma mais forte deformação das linhas de escoamento do ar, fig. 28, sendo maiores os valores tanto da «form drag»

([1]) Apresento as nomenclaturas inglêsa e francesa por não conhecer a nomenclatura portuguesa, que julgo não existir ainda.

como da «lift». Estas ondas crescem portanto mais ràpidamente e se o vento é bastante forte as cristas tornam-se mais delgadas e acabam por quebrar. As cristas quebradas apresentam um aspecto esbranquiçado

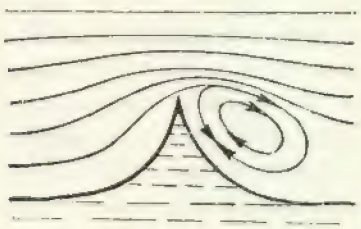


Fig. 28

devido à emulsão de ar. Esta é facilitada pelo movimento circulatório do ar na face abrigada.

Até aqui considerámos o vento soprando na direcção da propagação das ondas e no mesmo sentido.

Vejamos agora o caso de o vento soprar na direcção da propagação das ondas, mas em sentido oposto. A acção do vento é então retardadora e tenderá a tornar as cristas angulares. Se o vento fôr suficientemente forte as cristas tornam-se mais delgadas, encurvam-se e acabam por quebrar. Se o vento fôr muito violento as cristas quási que são arrancadas, destacando-se grossas gotas de água fortemente emulsionadas com o ar.

Em água pouco profunda as ondas sofrem, além da perda de energia devida à viscosidade da água, perdas de energia provenientes do atrito no fundo, do que resulta elas serem menores e terem as cristas angulares, tendendo a ser assimétricas (fig. 29).

Fig. 29

Já atrás vimos que a altura das ondas dependia da extensão sôbre a qual o vento actua. Vejamos qual a ordem de grandeza dessa extensão, a que se chama «fetch», comparada com a altura das ondas. Existem várias fórmulas empíricas para determinar a altura das ondas em função do «fetch». A mais conhecida é talvez a de Stevenson, que dá a altura das ondas h, em pés, em função do «fetch» F, em milhas marítimas:

$$h = 1{,}5\sqrt{F}$$

$$h = 1{,}5\sqrt{F} + 2{,}5 - \sqrt[4]{F}$$

para extensões do «fetch» respectivamente inferiores ou superiores a 30 milhas.

Exprimindo h em metros e F em milhas marítimas, estas fórmulas tomam o seguinte aspecto:

$$h = 0{,}457\sqrt{F}$$

$$h = 0{,}457\sqrt{F} + 0{,}76 - 0{,}304\sqrt[4]{F}$$

D'Arrigo dá, para várias situações geográficas e às mesmas unidades, metros e milhas marítimas, as seguintes fórmulas:

$h = 0{,}425\sqrt{F}$ Mar do Norte—(costas inglêsas)

$h = 0{,}597\sqrt{F}$ Lago Superior — (América)

$h = 0{,}376\sqrt{F}$ Lago Lemam — (Suíça)

$h = 0{,}418\sqrt{F}$ Mediterrâneo

Molitor procurou relacionar a altura das ondas com a velocidade do vento e o «fetch», transformando as fórmulas de Stevenson da seguinte maneira:

$$h = 0{,}17\sqrt{VF}$$

$$h = 0{,}17\sqrt{VF} + 2{,}5 - \sqrt{F}$$

sendo h em pés, F em milhas terrestres (5.280 pés) e V em milhas terrestres por hora, válidas respectivamente para extensões do «fetch» inferiores ou superiores a 20 milhas.

Estas fórmulas dão resultados talvez menos precisos que as precedentes; evidentemente nenhuma dá valores muito precisos: para cada caso, os resultados obtidos afas-

tam-se mais ou menos das observações directas segundo se aproximam menos ou mais das condições em que as fórmulas foram estabelecidas.

Na aplicação destas fórmulas há que ter em atenção a duração do vento, a qual pode não ser suficiente para que as ondas atinjam a altura máxima correspondente à velocidade do vento, o mesmo acontecendo se variar a sua direcção. A variação da profundidade da água também influe sôbre a altura das ondas.

Apliquemos as considerações feitas para a acção do vento sôbre água tranquila ao caso que nos interessa, dos escoamentos em canais a altas velocidades.

O fluído em movimento é agora a água, mas as condições aproximam-se muito das precedentes. A formação das ondas, o seu rebentamento e o destacamento de gôtas das cristas ou mesmo o arrancamento destas, com a conseqüente emulsão de ar, devem efectuar-se de uma forma muito semelhante à atrás descrita.

Se a superfície livre não apresentar perturbações provenientes da mecânica própria do escoamento, a acção do ar produzirá primeiro ondas, cujas cristas começarão depois a atrazar-se, tornando-se angulares, e acabando por se encurvar e quebrar; com altas velocidades destacam-se gôtas de água das cristas, que podem até ser arrancadas.

Se a superfície livre apresentar perturbações provenientes das irregularidades do fundo ou das paredes, da forma destas ou ainda das condições da entrada no canal, a formação de ondas e o seu quebramento serão mais rápidos.

Vejamos agora qual será a influência da extensão do canal e da altura de água.

Se bem que as fórmulas atrás dadas para a altura das ondas em função do «fetch» não sejam directamente aplicáveis aos canais, elas mostram no entanto que, sendo a extensão dêstes pequena, as ondas nunca poderão ser grandes. As alturas de água relativamente pequenas nos canais são mais um motivo para que as ondas não sejam grandes.

Vimos que a angularidade das cristas das ondas é tanto mais pronunciada quanto menores são as ondas. Logo, para uma mesma velocidade de escoamento, a tendência das ondas para quebrar deve acentuar-se quando a altura de água no canal fôr menor.

Vimos também que a angularidade das ondulações da superfície devidas às irregularidades ou formas do canal, nomeadamente as ondas de Mach, se acentua quando o número de Mach aumenta. Logo, para uma mesma velocidade do escoamento, quanto maior fôr a altura de água, menor será o valor do número de Mach e, conseqüentemente, menos acentuada será a angularidade dessas ondulações: a tendência dessas ondulações para quebrar sob a acção do ar deve ser menor quando a altura de água fôr maior.

O que se viu até aqui leva-nos a crer que: *a entrada de ar na água depende da velocidade do escoamento, das formas do canal (incluindo a entrada), e do valor do número de Mach, ou o que é o mesmo, do número de Froude.*

Emulsão do ar na água

Vistas as causas mais prováveis da entrada de ar na água e a maneira como ela se pode fazer, vejamos até que profundidade o ar penetra na água e qual a concentração do ar em emulsão com a água.

O ar entrado na água é arrastado a uma profundidade maior ou menor, que depende da forma como se fêz a entrada do ar e ainda, como veremos mais adiante, das condições de turbulência do escoamento.

As bôlhas de ar de maiores dimensões rebentam logo à superfície ficando prisioneiras apenas as bôlhas de dimensões relativamente pequenas.

Como a água não está normalmente saturada de ar, as primeiras bôlhas que nela penetram são dissolvidas e só depois de atingida a saturação se começa a fazer a emulsão.

A fig. 30 indica qual a quantidade de ar necessária para saturar a água a diferentes temperaturas e pressões.

A influência da temperatura não nos interessa muito, pois ela é independente das

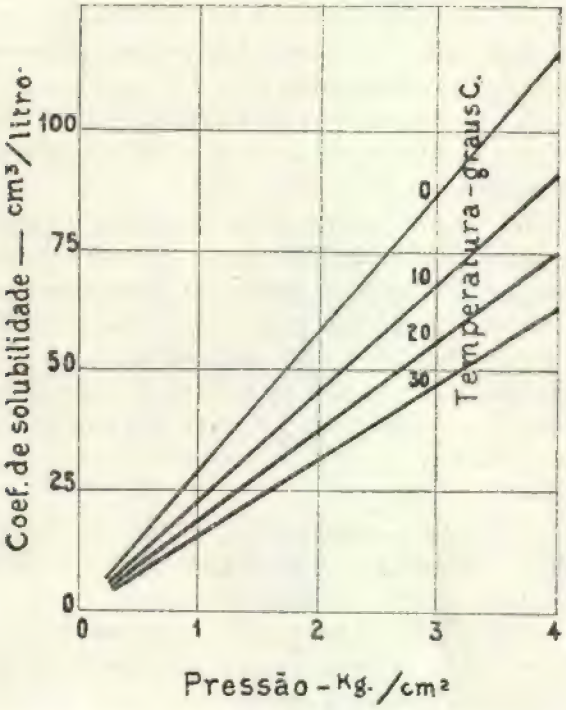


Fig. 30

condições do escoamento. O mesmo não acontece com a pressão. Se bem que nos escoamentos em conduta livre a pressão na superfície livre seja constante, ela varia no seio da água com a altura desta. Portanto, *para uma mesma quantidade de ar entrando na água, quanto maior fôr a altura de água, maior será a percentagem de ar dissolvido nas camadas mais profundas e mais tarde se começará a fazer a emulsão.*

Vejamos até que profundidade penetram as bôlhas de ar na água e qual é o tempo que elas levam a subir até à superfície livre.

As pequenas bôlhas de ar são arrastadas até uma certa profundidade, tendendo a mistura turbulenta da água a fazê-las descer ainda mais. Por outro lado, em virtude da sua fraca densidade, as bôlhas de ar tendem a subir até à superfície livre e a se libertar em seguida.

A concentração de ar em emulsão na água depende portanto essencialmente da velocidade ascensional das bôlhas de ar e da velocidade e turbulência do escoamento.

Segundo Miyagi [1] a velocidade ascensional de bôlhas de ar em água parada varia com o diâmetro destas (fig. 31).

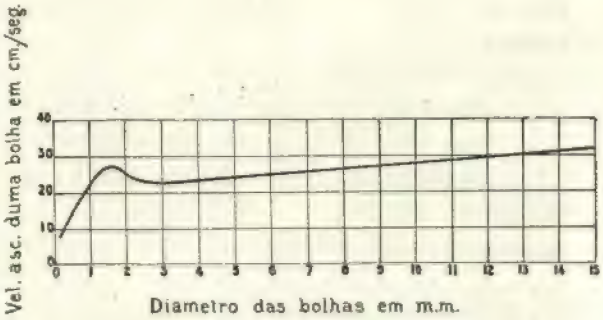


Fig. 31

A curva sobe muito ràpidamente para bôlhas com diâmetro até $1^{mm},5$, desce depois ligeiramente passando em seguida a subir muito lentamente. O andamento desta curva explica-se pelo facto de as bôlhas de diâmetro superior a $1^{mm},5$ produzirem na sua subida uma certa turbulência na água, a qual atraza a subida. Verifica-se fàcilmente êste fenómeno quando se observa a subida de bôlhas de ar que se desprendem do fundo de um tanque: as bôlhas mais pequeninas conservam uma forma perfeitamente esférica e trajectórias absolutamente verticais; as bôlhas de maiores dimensões parecem mudar de forma durante tôda a subida e terem trajectórias ligeiramente sinuosas.

Junto da superfície livre existe uma camada de água com uma forte concentração de ar em emulsão, fazendo-se nela simultâneamente a entrada do ar e a libertação das bôlhas.

Para baixo dessa camada superficial as bôlhas de ar descem mais ou menos, dependendo a concentração do ar essencialmente das condições de turbulência do escoamento.

---

[1] Otogoro Miyagi — «Measurement of Stream Velocity by Air Bubbles» — Technology Reports of the Tôhoku University — Vol. VIII (1929) N.° 4.

As teorias modernas da turbulência permitem prever a relação entre a concentração de ar em emulsão na água a diferentes profundidades e a concentração na camada superficial. O parâmetro característico da concentração de ar deve ser sensìvelmente da forma:

$$Z = K \frac{1}{\sqrt{R\,i}}$$

em que:

K — depende da velocidade ascensional das bôlhas de ar em água parada e da intensidade da mistura tubulenta;
R — raio médio;
i — inclinação do canal.

O andamento das curvas representativas da variação de Z deve ser sensìvelmente o indicado na fig. 32.

Para grandes valores de Z a emulsão de ar é pràticamente limitada à camada superficial, contendo a massa principal da água relativamente poucas bôlhas de ar.

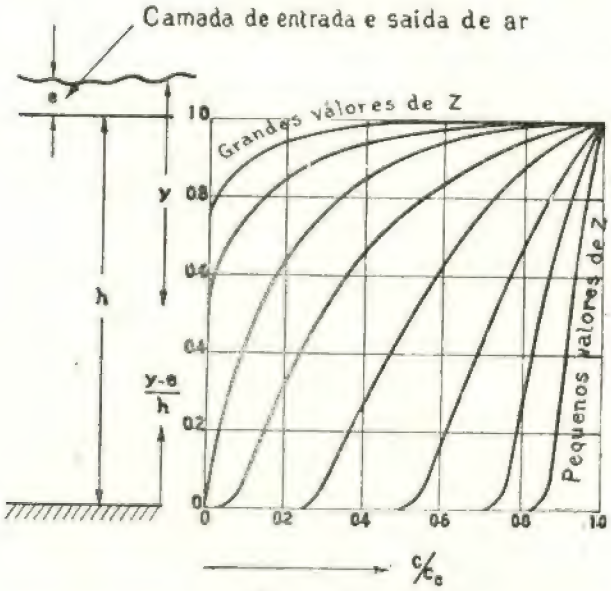


Fig. 32

Para pequenos valores de Z a emulsão de ar dá-se em tôda a massa da água descendo até às camadas mais profundas

No primeiro caso as condições de escoamento são pouco afectadas pela entrada de ar na água. No segundo caso o acréscimo do volume da água devido à entrada de ar é importante e as condições do escoamento modificam-se muito, baixando sensìvelmente o valor da velocidade média.

Do que fica exposto pode concluir-se:

1.º As bôlhas de ar de menores dimensões (menor velocidade ascensional) descem a maior profundidade;

2.º Os valores de Z crescem quando aumenta a altura de água e quando diminue a inclinação do canal;

3.º Os valores de Z são maiores quando a intensidade da mistura turbulenta é menor; como esta depende em parte das formas do canal e das rugosidades das paredes e do fundo, pode dizer-se: os valores de Z são maiores quando as formas do canal são bem estudadas e as paredes e o fundo são muito lisos.

Um outro factor que intervém na repartição das bôlhas de ar é o fenómeno conhecido por *correntes secundárias.*

Nos canais as partículas líquidas têm um movimento principal segundo o escoamento geral, movimentos normais a êste resultantes da turbulência e ainda outros movimentos dependentes das formas dos canais, que constituem as correntes secundárias.

A explicação destas correntes secundárias parece ser a seguinte:

1.º — *Canais de eixo rectilíneo*

As perdas de energia das partículas líquidas variam ao longo das paredes e do fundo; isto verifica-se pela distribuïção das velocidades.

Junto dos ângulos formados pelo fundo e as paredes as velocidades são menores; as partículas líquidas aí atrazam-se e as que caminham mais ràpidamente tendem a ir substituí-las. Dão-se assim movimentos acentuados das partículas líquidas do centro do escoamento na direcção das zonas de menor velocidade e, em virtude da continuïdade, forma-se um circuito fechado.

Êste movimento combina-se com o do escoamento geral resultando um movimento

helicoidal: formam-se dois turbilhões longitudinais, como se indica na fig. 33. Êste movimento helicoidal tem um passo muito alongado, o qual depende da forma da secção.

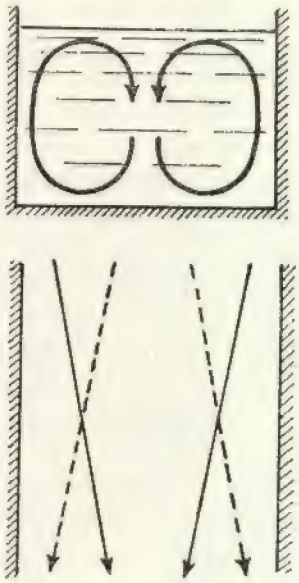


Fig. 33

No caso que nos interessa, da repartição das bôlhas de ar no seio da água vê-se que *as correntes secundárias tendem a favorecer a descida das bôlhas e arrastá-las a uma maior profundidade.*

Como o movimento helicoidal tem um passo muito alongado, nos canais rectilíneos a influência das correntes secundárias na repartição das bôlhas de ar é muito pequena.

2.º — *Canais com troços de eixo curvilíneo*

Quando o escoamento entra numa curva a repartição das velocidades modifica-se muito.

Abstraindo das fôrças de viscosidade e de atrito nas paredes e no fundo as velocidades deveriam ser distribuídas por forma a que $\frac{V}{r} = \text{const.}$ Isto é, junto da parede exterior a velocidade deveria ser superior à registada junto da parede oposta, na razão dos respectivos raios. As pressões seriam distribuídas inversamente ao quadrado das velocidades, logo, a pressão seria mínima junto da parede exterior e máxima junto da parede interior; o equilíbrio das pressões seria obtido pela fôrça centrífuga.

Na realidade as coisas não se passam bem assim. Como o atrito nas paredes dá lugar a perdas de carga, as quais crescem sensìvelmente com o quadrado das velocidades, as perdas de energia são muito maiores na parede exterior do que na parede interior. As perdas de energia no seio do líquido devidas à viscosidade são incomparàvelmente menores do que as primeiras.

Em virtude destas diferenças nas perdas de energia a repartição das velocidades difere bastante da atrás admitida.

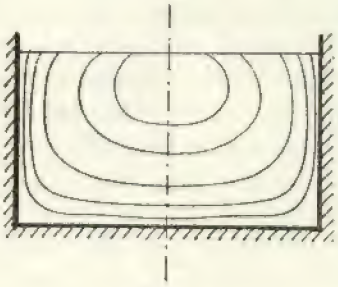


Fig. 34

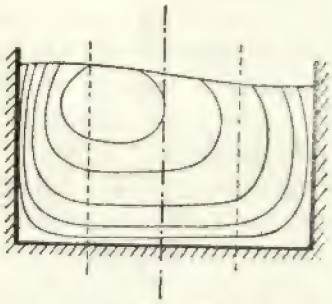


Fig. 35

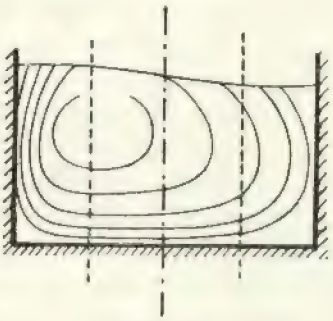


Fig. 36

As figuras 34, 35 e 36 mostram a repartição das velocidades em três secções sucessivas do canal: a primeira no trôço rectilí-

neo, a segunda pouco depois da entrada na curva e a terceira um pouco mais adiante, dentro da curva. Vê-se que, ao entrar na curva, a zona da máxima velocidade se aproxima da parede exterior, conservando-se no entanto próximo da superfície, e que depois tende a mergulhar.

As partículas líquidas junto do fundo tendem a caminhar da parede exterior para a interior; ao longo da parede exterior dá-se um movimento mergulhante e ao longo da parede interior verifica-se um movimento ascendente [1]. Junto da superfície livre as partículas líquidas tendem a caminhar para a parede exterior. Estes movimentos secundários transmitem-se às partículas vizinhas, formando-se assim um grande turbilhão longitudinal ocupando tôda a secção.

O passo dêste movimento helicoidal é muito mais curto do que nos troços rectilíneos, dependendo em parte da forma da secção mas principalmente do raio da curva. Uma vez passada a curva o passo do movimento helicoidal aumenta gradualmente, acabando o escoamento por voltar à forma inicial, isto é, com dois turbilhões.

As correntes secundárias são muito acentuadas nas curvas, tendo portanto uma influência apreciável na repartição das bôlhas de ar no seio da água.

Fiz vários ensaios para determinar as trajectórias das correntes secundárias em diferentes modêlos reduzidos de obras hidráulicas e, nomeadamente, num canal em cimento de secção rectangular Êste tinha um trôço rectilíneo de 8 metros seguido de uma curva circular de 3 metros de raio (no eixo do canal) e terminava por um trôço rectilíneo de 4 metros; os dois troços rectilíneos formavam um ângulo de 135°. A largura do canal era de $0^m,60$, tendo a altura de água sido mantida em todos os ensaios igual a $0^m,33$, por meio de um descarregador móvel colocado no extremo de jusante.

As trajectórias das correntes secundárias junto das paredes e do fundo foram determinadas por meio de injecções de uma solução fluorescente para iluminação por uma lâmpada de Wood.

As injecções eram feitas por meio de um tubo de vidro tendo na extremidade um pequeno orifício. Parte da solução fluorescente mantinha-se durante um pequeno espaço de tempo na camada laminar, o que permitia seguir as trajectórias dos filetes líquidos numa certa extensão. Os resultados obtidos para uma velocidade média do escoamento de 0,25 metros por segundo constam da fig. 37.

Não desenhei as trajectórias junto da superfície livre e no seio da água, no entanto observei-as por meio de confetis lançados na água e ainda por intermédio de uma linha muito fina amarrada no extremo de um arame.

No decorrer dos ensaios notei que se davam flutuações nas linhas de escoamento, as quais provinham das condições de alimentação do canal. Esta fazia-se por meio de uma bomba, despejando a conduta elevatória verticalmente numa pequena câmara no extremo de montante do canal. Para tornar o escoamento mais regular instalei, imediatamente a jusante dessa câmara, um tranqüilizador constituído por uma série de chapas onduladas colocadas ao lado umas das outras em tôda a largura do canal.

Os caudais eram medidos por um diafragma estabelecido na conduta elevatória.

Fiz ensaios neste canal para diferentes velocidades de escoamento, compreendidas entre $0,^m10$ e $0^m,40$ por segundo, tendo notado que, dentro dêstes limites, *o aumento de velocidade dava lugar a um ligeiro alongamento do passo do movimento helicoidal.*

Repeti os ensaios depois de aumentar a rugosidade das paredes e do fundo do canal, tendo verificado que *o aumento de rugosidade dava como resultado um ligeiro alongamento do passo do movimento helicoidal.*

Não me demoro mais sôbre as correntes secundárias, apesar de muito haver ainda a dizer, por, no problema de que nos ocupamos, elas terem um interêsse relativamente pequeno. Dediquei-lhes no entanto algumas linhas por *as correntes secundárias terem uma grande importância no estudo de vários*

[1] São estas correntes que, nas curvas dos rios transportam os materiais excavados na margem exterior para a margem interior, onde parte dêles depois se deposita.

problemas, nomeadamente do movimento dos carrejos sólidos e dos desgastes por êles produzidos tanto em obras como em máquinas hidráulicas.

Têm-se ocupado das correntes secundárias vários hidráulicos de nomeada: Prandtl, Nikuradse e Hinderks ([1]), encontrando-se referências sôbre elas em alguns livros modernos ([2]).

Galerias dos evacuadores de cheias

Até aqui considerámos sempre o caso do escoamento se fazer em canais descobertos. Vimos que a entrada de ar na água provoca um aumento de volume do escoamento, o que obriga a dar maior altura às paredes do canal para evitar transbordamentos sôbre elas.

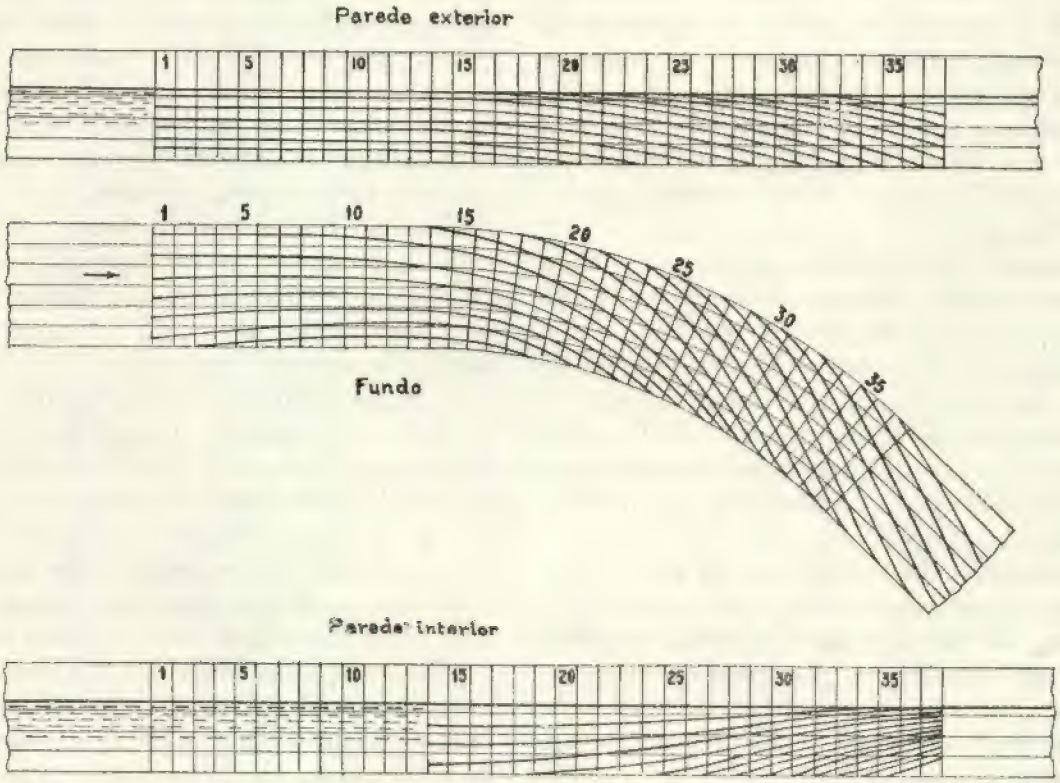


Fig. 37

O problema dos escoamentos de água a alta velocidade em conduta livre apresenta porém um maior interêsse prático no caso das galerias dos evacuadores de cheias das barragens, merecendo portanto estas uma referência especial.

No caso das galerias o problema do arrastamento de ar apresenta-se de uma forma um pouco diferente, parecendo ter menos importância do que nos canais descobertos.

O escoamento de água a alta velocidade numa galeria dá lugar a uma chamada de

---

([1]) — L. Prandtl — «Über die ausgebildete Turbulenz», Proc. 2 d Int. Cong. for App. Mech., Zurich, pag. 62, 1927;

J. Nikuradse — «Untersuchungen über turbulente Strömungen in nicht Kreisförmingen Rohren», Ingenieur — Archiv, vol. 1, pag. 306, 1930;

A. Hinderks — «Nebenströmungen in gekrümmter Kanälen», Zeitschrift V. D. I., vol. 71, pag. 1779, 1927.

([2]) — Hunter Rouse — «Fluid Mechanics For Hydraulic Engineers», pag. 266.

Paúl Néményi — Wasserbauliche Strömungslehre», etc.

ar importante a montante, estabelecendo-se entre a superfície livre da água e a abóbada da galeria uma corrente de ar no sentido do escoamento. Reduz-se assim bastante a velocidade relativa dos dois fluídos sendo portanto menor a quantidade de ar que entra na água.

Em o caudal atingindo um determinado valor, o aumento do volume do escoamento devido à entrada de ar na água provoca a entrada em carga da galeria. Esta entrada em carga não tem porém a mesma significação que a usual (escoamento de água sem ar) por a mistura ar-água ser fàcilmente compressível e ter uma viscosidade inferior à da água.

Quando a galeria está em carga em tôda a sua extensão, o arrastamento de ar faz-se apenas à entrada da galeria, passando então o escoamento a conter uma percentagem de ar muito mais baixa. A entrada da galeria fica afogada pela mistura ar-água; se esta atingir uma altura importante afecta a «mise en vitesse» do que resulta uma redução do caudal.

A redução de caudal devida ao arrastamento de ar parece ser relativamente pequena. Durante uma cheia registada no Sautet, cujo caudal atingiu aproximadamente $^3/_4$ do caudal máximo para que foram previstas as galerias do evacuador de cheias, verificou-se o seguinte:

A partir de $Q = {}^1/_4\ Q_m$, à saída das galerias a mistura ar-água ocupava tôda a secção. O caudal aumentou até $^3/_4\ Q_m$; as galerias davam fàcilmente passagem a êste caudal notando-se que à saída a água parecia conter uma percentagem de ar mais baixa.

Ensaios em modêlo reduzido

Nos últimos anos têm tido um grande desenvolvimento os ensaios em modêlo reduzido para a resolução dos problemas de aero e hidrodinâmica que se apresentam no estudo de aviões, navios, turbinas, bombas centrífugas, diferentes tipos de obras hidráulicas, etc.

A utilização de modelos reduzidos permite, em muitos casos, estudar económica e eficazmente as formas da máquina ou da obra que mais favoreçam o escoamento do fluído.

Tratemos apenas do caso que nos interessa por agora, isto é, dos escoamentos em conduta livre, canais ou galerias.

A reprodução fiel, em modêlo reduzido, do conjunto do escoamento e da configuração pormenorizada da superfície livre, apresenta certas dificuldades. *É preciso não esquecer que não há uma regra universal de similitude ou que não existem na realidade na natureza dois fenómenos completamente semelhantes; existem apenas similitudes parciais, dentro de certos limites.*

No caso de que nos ocupamos, se abstrairmos da acção do ar na superfície livre, o escoamento é condicionado essencialmente pela inclinação do fundo do canal e pelas perdas de carga.

Se considerarmos isoladamente o efeito da gravidade (ou da inclinação do fundo) caímos na condição de similitude de Froude: modêlo geomètricamente semelhante à obra, alturas de água na escala do modêlo, velocidade igual à do escoamento na obra multiplicada pela raiz quadrada dessa escala. Mas como a condição de Froude abstrai das perdas de energia devidas à viscosidade e à turbulência, se estes factores tomarem uma certa importância, a similitude deixa de se verificar. Ora, é sabido que as perdas de carga no modêlo reduzido são, guardadas as devidas proporções, superiores às que se verificam na obra em verdadeira grandeza.

Não se pode portanto ter a pretensão de obter uma similitude perfeita entre a obra e o modêlo, mas sim, de procurar obter no modêlo uma imagem o menos imperfeita possível do fenómeno real.

As perdas de energia, em regime turbulento, estão essencialmente ligadas aos incessantes movimentos de mistura das partículas líquidas, as quais permutam entre si e perdem constantemente uma parte da sua quantidade de movimento.

A intensidade da agitação turbulenta depende de dois factores:

Há um factor, por assim dizer de instabilidade interna, ligado à dimensão e à

forma do canal, à velocidade média do escoamento e à viscosidade do líquido; êste factor, caracterizado pelo número de Reynolds, determina completamente a perda de carga, a partir de um certo grau de lisura das paredes e do fundo. Se pelo contrário, estes forem suficientemente rugosos, as suas asperezas tornam-se a principal origem da turbulência, determinando-lhe a intensidade.

Um outro elemento elucidativo sôbre o complicado problema das perdas de carga é a noção de camada laminar.

A agitação desordenada da turbulência acalma-se progressivamente na vizinhança imediata das paredes estabelecendo-se junto a estas uma película em escoamento viscoso.

Esta noção permite-nos precisar o que se entende por superfícies lisas e rugosas. Uma superfície é lisa e a sua estrutura em nada influe no escoamento, se as suas asperezas ficam afogadas na película laminar; ela é pelo contrário rugosa, se as suas asperezas emergem no escoamento turbulento.

Pelo que se acaba de dizer sôbre a turbulência vê-se que *as perdas de carga dependem de factores inteiramente independentes da condição de similitude de Froude.*

Não é portanto de estranhar que, mesmo que se tomem precauções especiais para obter paredes muito lisas, o coeficiente de Chezy correspondente ao modêlo seja sensìvelmente inferior ao da obra em verdadeira grandeza, tal como se pode prever por comparação com canais de dimensões análogas.

Nestas condições, se o modêlo fôr geomètricamente semelhante à obra, o perfil longitudinal da superfície livre será a imagem exacta da realidade apenas à entrada do canal, afastando-se dela para jusante, à medida que se acumula o efeito das perdas de carga.

Tem portanto que se abandonar a esperança de reproduzir fielmente o escoamento em tôda a extensão do modêlo.

Se nos limitarmos a considerar o perfil longitudinal da superfície livre é possível compensar, com suficiente aproximação, o excesso de perdas de carga do modêlo aumentando-lhe um pouco a inclinação do fundo. A correcção da inclinação do fundo tem que ser feita criteriosamente, para que os ensaios nos não induzam em êrro, isto é, o escoamento se faça em melhores condições no modêlo do que na obra em verdadeira grandeza.

Vejamos como se deve encarar a configuração da superfície livre.

Ela pode apresentar perturbações devidas às irregularidades do fundo ou à forma do canal. Quanto às primeiras, não há que as estudar no modêlo reduzido, pois a sua presença pode evitar-se na obra fazendo o revestimento do canal suficientemente liso. Quanto às segundas, ondas de forma ou de Mach, elas são caracterizadas pelo número de Froude, logo, o modêlo obedecendo à condição de similitude de Froude deve permitir o estudo destas ondulações da superfície livre. Não obstante a correcção da inclinação do fundo atrás indicada, destinada a conservar aproximadamente o valor do número de Froude, as perdas de carga ainda são demasiadamente grandes para permitir o pleno desenvolvimento das ondas de forma.

As perdas de carga tendem a reduzir a amplitude das ondas de Mach e a amortecê-las mais ràpidamente, o mesmo acontecendo se se aumentar a inclinação do canal. As ondas de forma teriam assim uma menor amplitude no modêlo do que na obra. Por outro lado, uma mudança de direcção das paredes do canal dá lugar a uma perda de carga singular, a qual tem uma lei diferente das perdas de carga gerais do escoamento. Há portanto uma certa dificuldade em conciliar as duas coisas.

Se pretendermos estudar as formas da entrada do canal de maneira a evitar a formação de ondas de Mach, o modêlo fornece-nos indicações suficientemente precisas, o mesmo acontecendo se desejarmos apenas estudar as formas numa mudança de direcção do canal de maneira a reduzir ao mínimo as ondas de Mach. Se houver porém necessidade de obter indicações mais precisas sôbre estas ondas, nomeadamente amplitude e extensão de propagação, têm que se estudar separadamente os diferentes troços, fazendo em cada um a correcção da inclinação do fundo que fôr indicada e re-

produzindo cuidadosamente a montante as condições que o escoamento aí deve ter.

Evidentemente, *quanto menor fôr a escala do modêlo maiores são as dificuldades e mais grosseira é a aproximação obtida.*

Não obstante as dificuldades apontadas, *o modêlo reduzido pode, desde que os ensaios sejam feitos criteriosamente, fornecer indicações suficientemente precisas sôbre a configuração da superfície livre, a qual, como atrás vimos, tem uma grande importância na entrada de ar na água.*

Até aqui não entrámos em conta com a acção do ar na superfície livre, que constitue um factor importante nos escoamentos a altas velocidades; se a considerarmos surgem outras dificuldades, sendo estas agora muito mais difíceis de superar.

A velocidade do escoamento no modêlo é bastante inferior à do escoamento na obra (na razão da raiz quadrada da escala do modêlo) do que resulta a velocidade relativa dos dois fluídos ser sensìvelmente inferior à real. Seria talvez possível tentar uma aproximação da realidade estabelecendo uma corrente de ar sôbre a superfície livre da água, de sentido oposto ao escoamento. Isso não seria porém suficiente para resolver o problema pois, como vimos atrás, não só as ondulações da superfície livre devidas à acção do ar estão directamente ligadas com a altura de água, não obedecendo portanto à condição de similitude de Froude, mas ainda, desde que se dá entrada de ar na água, a mistura dos dois fluídos deixa de ser homogénea dando-se uma estratificação de densidades. Vê-se portanto que, *no caso de escoamentos de água com arrastamento de ar, o estabelecimento da similitude entre a obra e o modêlo reduzido é extremamente difícil. Até à presente data não tenho conhecimento da resolução dêste delicado problema.*

Smetana ([1]) ocupou-se da «similitude de fenómenos hidrodinâmicos em que a água está misturada com uma grande quantidade de ar», referindo-se os seus trabalhos apenas ao caso particular do ressalto; os resultados obtidos são discutíveis, não sendo êles de natureza a permitir a resolução dêste problema.

O Professor Pierre Danel, director dos laboratórios de hidráulica da Universidade de Grenoble e dos Ateliers Neyret-Beylier & Piccard-Pictet, da mesma cidade, sob cuja direcção trabalhei durante mais de um ano, tinha em projecto uma instalação destinada a estudar o problema dos escoamentos de água com arrastamento de ar. Seria ela constituída por um canal com cêrca de 30 metros de comprimento, assente sôbre uma estrutura de ferro que permitia variar a inclinação do canal; êste seria coberto, a-fim-de se poderem estabelecer escoamentos de ar sôbre a superfície livre da água e teria parte das paredes em vidro para permitir observações visuais e fotográficas em tôda a altura de escoamento; o programa dos ensaios compreendia também a entrada de bôlhas de ar de diferentes dimensões em vários pontos do escoamento e ainda a filmagem dêste por meio de um aparelho ultra-rápido; a passagem do filme assim obtido ao retardador, permitiria seguir tôdas as fases do escoamento e forneceria indicações precisas sôbre a forma como se faz a entrada de ar na água, a repartição das bôlhas de ar, etc. Infelizmente os graves acontecimentos internacionais impediram a realização dêsse interessante projecto.

É de esperar que num futuro mais ou menos próximo a lei física dêstes escoamentos se torne completamente conhecida e que a técnica dos ensaios em modêlo reduzido se aperfeiçoe, podendo-se então obter no modêlo uma reprodução suficientemente aproximada dos escoamentos a altas velocidades com arrastamento de ar.

Resumindo

A experiência e a observação directa mostram que enquanto o escoamento apresentar uma superfície livre perfeitamente lisa não entra ar na água.

A entrada de ar na água faz-se da se-

([1]) — J. Smetana — «Similitude des phénomènes hydrodynamiques où l'eau est considerablement mélangé avec de l'air» — Association Internationale de Recherches pour Travaux Hydrauliques — Rapport sur la Première Reunion-Berlin 4-7, x, 1937 — pag. 97.

guinte maneira: as irregularidades da superfície livre dão origem à formação de pequenas bôlsas de ar; quando estas bôlsas se fecham, o ar nelas contido divide-se em pequenas bôlhas que se misturam com a água.

As perturbações da superfície livre podem corresponder a perturbações de escoamento devidas a irregularidades do fundo ou das paredes do canal ou ainda à forma geral dêste, ou serem produzidas directamente na superfície de separação da água e do ar, devido à velocidade relativa dos dois fluídos. As primeiras são caracterizadas pelo valor do número de Mach $\left(\frac{V}{\sqrt{gh}}\right)$ e as segundas dependem essencialmente da velocidade do escoamento e da altura de água.

A emulsão do ar na água é caracterizada por um parâmetro sensìvelmente da forma $z = K \frac{1}{\sqrt{Ri}}$, em que:

K — depende da velocidade ascensional das bôlhas de ar em água parada (ou seja das dimensões das bôlhas de ar contidas na água), e da intensidade da agitação turbulenta;
R — raio médio;
i — inclinação do canal.

Os factores mais importantes que intervêm são portanto:

— Formas de canal;
— Valor do número de Mach $\left(\frac{V}{\sqrt{gh}}\right)$;
— Velocidade de escoamento;
— Altura de água;
— Dimensões das bôlhas de ar contidas na água;
— Intensidade da agitação turbulenta;
— Inclinação do canal.

Quanto mais rápido fôr o escoamento maior cuidado deve haver no estudo das formas do canal e na sua realização e ainda na execução dos revestimentos que devem ser o mais lisos possível.

Para o estudo das formas do canal e da configuração da superfície livre (abstraindo da acção do ar) os ensaios em modêlo reduzido fornecem indicações muito úteis que o cálculo não permite obter.

Nota — Êste trabalho foi feito sob a orientação do Professor Pierre Danel, cujas sábias indicações bem como as facilidades concedidas nos laboratórios por êle dirigidos e nos respectivos serviços de documentação, muito contribuiram para a sua realização. As fotografias aqui reproduzidas foram gentilmente cedidas pelos serviços de documentação do laboratório de hidráulica dos Ateliers Neyret-Beylier & Piccard-Pictet, à excepção da da barragem de Marèges que devo à gentileza do distinto engenheiro Coyne.

Cálculo de peças prismáticas ou cilíndricas com dupla curvatura (Aplicação às vigas e lajes helicoidais)

PELO ENG. CIVIL (U. P.) ADOLFO DA CUNHA AMARAL

No estudo que vai seguir-se, procuramos estabelecer directamente as equações que permitem calcular os esforços desenvolvidos em secções perpendiculares à linha média duma estrutura helicoidal.

Como casos particulares das equações gerais estabelecidas, deduziremos as equações aplicáveis às vigas circulares planas, sugeitas à acção de cargas verticais perpendiculares ao seu plano.

Consideremos uma peça prismática ou cilíndrica, com dupla curvatura, como mostra a (fig. 1). Os raciocínios a fazer são iguais, quer a peça seja de secção prismática ou cilíndrica.

Sob a acção de fôrças externas, a peça deformar-se-á, desenvolvendo-se tensões que vamos estudar. Consideremos uma secção normal (S) referida a três eixos baricêntricos, e orientados de modo que $\overline{OY}$ coincida com a normal principal à linha média, ou seja com o raio de curvatura e $\overline{OX}$ coincida com a binormal, perpendicular ao plano osculador. Se os eixos forem orto-

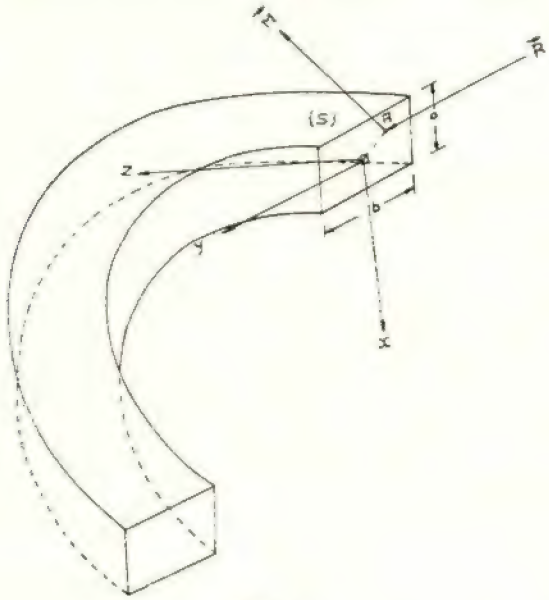


Fig. 1

gonais, $\overline{OZ}$ será tangente à linha média. O eixo $\overline{OY}$ será considerado positivo no sentido do centro de curvatura. O eixo $\overline{OX}$ é positivo no sentido das fôrças da gravidade; $\overline{OZ}$ será definido positivamente pelo sentido do vector unitário

$$\vec{OZ} = \vec{OX} \wedge \vec{OY}$$

Seja $\vec{R}$ a resultante das fôrças externas actuando na secção (S) e

$$N_x, N_y \text{ e } N_z$$

as suas componentes segundo os três eixos coordenados.

O momento resultante na secção será definido por um vector

$$\vec{M} = \vec{R} \wedge \overrightarrow{(A - O)}$$

cujas componentes segundo os três eixos coordenados são

$$M_x, M_y \text{ e } M_z$$

A componente N_z normal à secção (S) produz tensões de compressão ou de tracção. As componentes N_x e N_y produzem esforços de corte.

A componente M_z do momento $\vec{M}$, produz torção em volta do eixo $\overline{OZ}$; M_y produz flexão, por rotação em volta do eixo $\overline{OY}$; finalmente, M_x produz flexão por rotação em volta do eixo $\overline{OX}$.

Vê-se pois que a deformação total é a resultante de três deformações distintas.

A peça ao deformar-se, participa portanto da deformação por torção, da deformação das peças planas de eixo rectilíneo (flexão por rotação em volta de $\overline{OY}$) e da deformação dos arcos (flexão por rotação em volta de $\overline{OX}$).

Antes porém de entrarmos no cálculo das grandezas hiperstáticas vamos considerar na deformação por flexão relativamente ao eixo $\overline{OX}$, o facto das dimensões transversais da peça serem comparáveis ao raio de curvatura. Dêste modo obteremos uma equação absolutamente geral que contém como caso particular as fórmulas da flexão plana.

Para fazer êste estudo, abstraímos de momento da dupla curvatura, e imaginamos a linha média plana, antes e depois da deformação. As cargas actuantes supomo-las situadas no plano da linha média que constitue plano de simetria da peça, por hipótese, para que não haja esforços de torção.

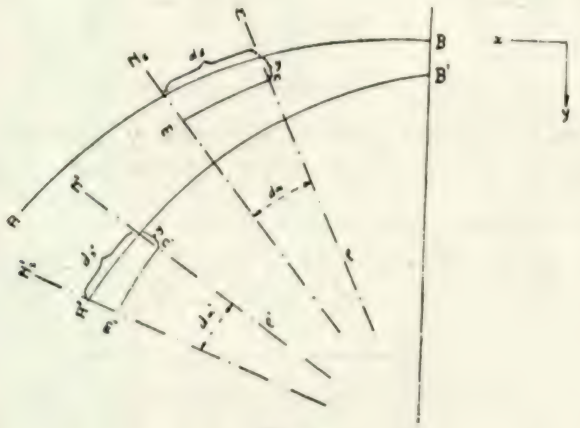


Fig. 2

Consideremos, fig. (2), um trôço da linha média de comprimento *ds* compreendido entre duas secções normais N e N_1, formando entre si um ângulo $d\alpha$. Vamos admitir, embora conduza a resultados discordantes, como veremos, a hipótese de Bernouilli.

Depois da deformação, as secções N e N_1 vêm ocupar novas posições N' e N'_1. O trôço da fibra média do comprimento *ds*, varia de Δds e reduz-se para *ds'*.

$$ds - \Delta ds = ds'$$

donde

$$(1) \qquad \boxed{ds' = \left(1 - \frac{\Delta ds}{ds}\right) ds}$$

Procuremos agora a expressão das tensões que se desenvolvem numa fibra de ordenada y. Se antes da deformação o seu comprimento era $\overline{m\,n}$, depois da deformação será $\overline{m_1 n_1}$. Da figura (2) tira-se, sendo ρ e ρ' os raios de curvatura da linha média, antes e depois de deformada

$$\overline{m\,.\,n} = (\rho - y)\,d\alpha$$

$$\overline{m_1\,n_1} = (\rho' - y)\,d\alpha'$$

e

$$(2) \qquad \begin{cases} d\,s = \rho\,.\,d\alpha \\ d\,s' = \rho'\,.\,d\alpha' \end{cases}$$

A tensão que se desenvolve na fibra de ordenada y, será então

$$\sigma_1 = E\,.\,\frac{\overline{m\,.\,n} - \overline{m_1\,n_1}}{\overline{m\,n}}$$

eliminando $\overline{m\,n}$ e $\overline{m_1 n_1}$ vem

$$\sigma_1 = E\,.\,\frac{(\rho - y)\,d\alpha - (\rho' - y)\,d\alpha'}{(\rho - y)\,d\alpha}$$

$$\sigma_1 = E\left[1 - \frac{(\rho' - y)\,.\,d\alpha'}{(\rho - y)\,d\alpha}\right]$$

eliminando $\dfrac{d\alpha}{d\alpha'}$ por meio das equações (1) e (2) vem

$$(3) \qquad \boxed{\sigma_1 = E - E\left(1 - \frac{\Delta\,d\,s}{d\,s}\right)\left(\frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}} - \frac{1}{\rho'}\,\frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}}\right)}$$

Esta expressão mostra que σ_1 não é função linear de y, mas sim uma função hiperbólica. A fôrça normal à secção e o momento flector, são dados por

$$(4) \qquad \boxed{N_z = \int \sigma_1\,d\,S = E\,.\,S - E\left(1 - \frac{\Delta\,d\,s}{d\,s}\right)\left[\int \frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S - \frac{1}{\rho'}\int \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S\right]}$$

$$(5) \qquad \boxed{M_x = \int \sigma_1\,y\,.\,d\,S = E\int y\,.\,d\,S - E\left(1 - \frac{\Delta\,d\,s}{d\,s}\right)\left[\int \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S - \frac{1}{\rho'}\int \frac{y^2}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S\right]}$$

Mas é $\int y\,.\,d\,S = O$ por ser o momento estático referido a um eixo baricêntrico.

Pondo $\displaystyle\int \frac{y^2}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S = Z$ vamos calcular

os integrais $\displaystyle\int \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S$ e $\displaystyle\int \frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}}\,d\,S$

$$\int \frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = \int \frac{y-\frac{y^2}{\rho}+\frac{y^2}{\rho}}{1-\frac{1}{\rho}}\,dS = \int y\,.\,dS + \frac{y}{\rho}\int \frac{y^2}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = \frac{Z}{\rho}$$

$$\int \frac{1}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = \int \frac{1-\frac{y}{\rho}+\frac{y}{\rho}}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = S + \frac{1}{\rho}\int \frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = S + \frac{Z}{\rho^2}$$

substituindo os valores dêstes integrais em (4) e (5) vem, depois de simplificar e ordenar

$$(6) \qquad N_z = E\,.\,S - E\left(1-\frac{\Delta ds}{ds}\right)S - \frac{E}{\rho}\left(1-\frac{\Delta ds}{ds}\right)\left(\frac{Z}{\rho}-\frac{Z}{\rho'}\right)$$

$$(7) \qquad M_x = -E\left(1-\frac{\Delta ds}{ds}\right)\left(\frac{Z}{\rho}-\frac{Z}{\rho'}\right)$$

Notando que o terceiro termo de N_z é igual a $\frac{M_x}{\rho}$ vem

$$N_z = E\,.\,S\,.\,\frac{\Delta ds}{ds} + \frac{M_x}{\rho}$$

pondo

$$(8) \qquad E\,.\,S\,.\,\frac{\Delta ds}{ds} = K$$

vem

$$(9) \qquad \boxed{N_z = K + \frac{M_x}{\rho}}$$

Do integral

$$\int \frac{1}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS = S + \frac{1}{\rho}\int \frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}\,dS$$

deduz-se por derivação

$$\frac{1}{1-\frac{y}{\rho}} = 1 + \frac{1}{\rho}\,\frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}$$

Eliminando em (3) $\frac{1}{1-\frac{y}{\rho}}$ por meio da expressão acima, vem

$$\sigma_1 = E - E\left(1-\frac{\Delta ds}{ds}\right)\left[1+\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho'}\right)\frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}\right]$$

$$\sigma_1 = E\,\frac{\Delta ds}{ds} - E\left(1-\frac{\Delta ds}{ds}\right)\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho'}\right)\frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}$$

ou ainda, atendendo a (7) e (8)

$$\sigma_1 = \frac{k}{S} + \frac{M_x}{Z}\,\frac{y}{1-\frac{y}{\rho}}$$

e finalmente

$$(10) \qquad \boxed{\sigma_1 = \frac{N_z}{S} - \frac{M_x}{\rho . S} + \frac{M_x}{Z} \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}}}$$

para $\sigma_1 = 0$ é

$$y = \frac{\rho . Z \left(\frac{M_x}{\rho . S} - \frac{N_z}{S} \right)}{\rho . M_x + Z \left(\frac{M_x}{\rho . S} - \frac{N_z}{S} \right)}$$

que mostra não coïncidir a fibra neutra com o eixo da peça.

Cálculo de Z

$$Z = \int y^2 \frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}} \, dS$$

Desenvolvendo em série $\frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}}$ vem

$$\frac{1}{1 - \frac{y}{\rho}} = 1 + \frac{y}{\rho} + \frac{y^2}{\rho^2} + \frac{y^3}{\rho^3} + \ldots$$

multiplicando por $y^2 . dS$ e integrando vem

$$Z = \int y^2 dS + \frac{1}{\rho} \int y^3 dS + \frac{1}{\rho^2} \int y^4 dS + \frac{1}{\rho^3} \int y^5 dS + \ldots$$

Mas $\int y^2 d s = I_x$ (momento de inércia relativamente ao eixo $\overline{OX}$).

Se as secções forem simétricas em relação ao eixo $\overline{OX}$, será

$$\int y^3 d S = 0 \qquad \int y^5 d S = 0 \ldots \qquad \int y^{2n-1} d S = 0$$

e portanto

$$Z = I_x + \frac{1}{\rho^2} \int y^4 dS + \frac{1}{\rho^4} \int y^6 d S + \ldots + \frac{1}{\rho^{2n-2}} \int y^{2n} d S$$

para uma secção rectangular de lados a e b respectivamente paralelos a $\overline{OX}$ e $\overline{OY}$ é

$$I_x = \frac{a b^3}{12}$$

e portanto

$$Z = \frac{a . b^3}{12} + \frac{1}{\rho^2} a \frac{b^5}{5 \times 2^4} + \frac{1}{\rho^4} a \frac{b^7}{7 \times 2^6} + \ldots$$

$$Z = I_x \left(1 + \frac{3}{5 \times 2^2} \frac{b^2}{\rho^2} + \frac{3}{5 \times 2^4} \frac{b^4}{\rho^4} \ldots \right)$$

Na fórmula (10) está contida a expressão das tensões no caso da flexão de peças de eixo rectilíneo. Com efeito, sendo nestas peças $\rho = \infty$, vem

$$\sigma_1 = \frac{N_z}{S} + \frac{M_x . y}{I_x}$$

visto que Z se reduz rigorosamente ao primeiro termo I_x. Com $\rho \neq \infty$ podem apresentar-se dois casos: ou as dimensões da secção transversal são comparáveis às do raio de curvatura e portanto o êrro que se comete tomando sòmente o primeiro termo da expressão de Z, é sensível, ou, pelo contrário, o raio de curvatura é grande em relação às dimensões da secção transversal, cometendo-se, portanto, um êrro pequeno ao pôr $Z = I_x$.

No caso geral dos arcos empregados na construção civil pode pôr-se $Z = I_x$

$$\text{supondo } \rho = 5 . b \text{ é } Z = 1{,}006 . I_x \text{ quere dizer,}$$

quando a razão $\frac{\rho}{b}$ é igual a cinco, já o êrro atinge o valor 0,006.

Para uma secção circular de raio r, é

$$I_x = \frac{\pi . r^4}{4}$$

$$Z = I_x \left[1 + \frac{3}{6}\left(\frac{r}{\rho}\right)^2 + \frac{3 \times 5}{6 \times 8}\left(\frac{r}{\rho}\right)^4 + \ldots + \frac{3 \times 5 \times \ldots \times (2n+1)}{6 \times 8 \times \ldots \times (2n+4)}\left(\frac{r}{\rho}\right)^{2n} \right]$$

Se somarmos à tensão σ_1 atrás obtida, a tensão σ_2 resultante do momento flector M_y

$$\sigma_2 = \frac{M_y . x}{I_y}$$

obtém-se a tensão total de compressão ou tracção, que se exerce na secção (S)

$$(11) \qquad \boxed{\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{N_z}{S} - \frac{M_x}{\rho . S} + \frac{M_x}{Z} \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}} + \frac{M_y . x}{I_y}}$$

Trabalho interno de deformação

O trabalho interno de deformação do sistema da fig. 1 será igual à soma dos trabalhos produzidos nas deformações componentes.

Vamos procurar separadamente a expressão de cada um daqueles trabalhos de deformação na hipótese das variações de temperatura serem iguais a zero.

a) Trabalho de deformação devido ao momento M_y

Êste trabalho interno de deformação será dado pela conhecida expressão

$$(12) \qquad A'_1 = \int \frac{M_y^2}{E . I_y} \, ds$$

b) Trabalho de deformação devido ao momento M_x e à componente N_z

Êste trabalho de deformação será igual à soma dos trabalhos produzidos na deslocação do centro de gravidade da secção (S) e na rotação em volta do seu centro de inércia.

Será portanto dado por

$$A_1'' = \int N_z . \Delta \, ds + \int M_x \, (d\alpha' - d\alpha)$$

Eliminando N_z e Δds por méio de (8) e (9), o primeiro termo da A_1'' toma estoutra forma

$$\int N_z \,.\, \Delta ds = \int \frac{K^2}{S.E}\, ds + \int \frac{K.M_x}{P.S.E}\, ds$$

Das equações (2) tira-se

$$d\alpha' - d\alpha = \frac{ds'}{\rho'} - \frac{ds}{\rho}$$

ou ainda

$$d\alpha' - d\alpha = \left(1 - \frac{\Delta ds}{ds}\right)\frac{ds}{\rho'} - \frac{ds}{\rho} + \left(1 - \frac{\Delta ds}{ds}\right)\frac{ds}{\rho} - \left(1 - \frac{\Delta ds}{ds}\right)\frac{ds}{\rho}$$

atendendo a (7) e a (8) podemos escrever

$$d\alpha' - d\alpha = \left(\frac{M_x}{Z.E} - \frac{K}{\rho.S.E}\right) ds$$

Substituindo esta expressão de $(d\alpha' - d\alpha)$ e a de $\int N_z \,.\, \Delta ds$ na expressão de A_1'' vem

$$(13) \qquad \boxed{A_1'' = \int \frac{k^2}{S.E}\, ds + \int \frac{M_x^2}{Z.E}\, ds}$$

c) —Trabalho interno de deformação devido ao momento M_z

Como dissemos, êste momento produz torção. Se uma dada secção (S) é torcida de um ângulo $d\gamma$ relativamente a outra secção fixa, o trabalho desenvolvido será

$$(14) \qquad A_1''' = \int M_z \, d\gamma$$

estendendo-se êste integral a todo o comprimento da peça compreendido entre as duas secções

Procuremos a expressão de $d\gamma$ em função de M_z e ds

Seja (S) a secção em estudo, que rodou de $d\gamma$ relativamente à secção fixa (A).

Atendendo a que o ângulo $d\gamma$ é muito pequeno, podemos escrever

$$r \,.\, d\gamma = \beta \,.\, ds$$

O ângulo β, designado por *escorregamento* é directamente proporcional à tensão de escorregamento e inversamente proporcional ao módulo de elasticidade transversal G

$$\beta = \frac{\tau}{G}$$

podemos escrever portanto

$$d\gamma = \frac{\tau}{G.r}\, ds$$

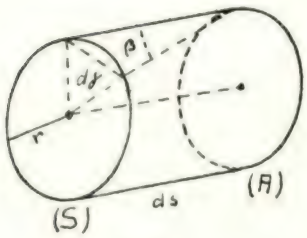


Fig. 3

A tensão τ é função do momento M_z.

Se fôr τ_m a tensão máxima, a uma distância ρ do centro da peça desenvolver-se-á uma tensão

$$\tau = \tau_m \frac{\rho}{r}$$

O momento de torção M_z será equilibrado por um momento

$$\int \tau \cdot \rho \, dS = \frac{\tau_m}{r} \int \rho^2 \, dS = \frac{\tau_m \cdot I_z}{r}$$

portanto

$$\tau_m = \frac{M_z \cdot r}{I_z} \qquad \text{e} \qquad d\gamma = \frac{M_z}{I_z \cdot G} \, ds$$

substituindo em (14) vem

$$(15) \qquad A_1''' = \int \frac{M_z^2}{G \, I_z} \, ds$$

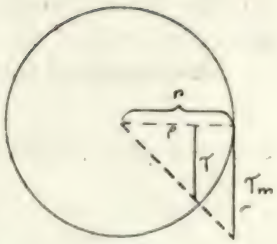


Fig. 4

Se a secção, em vez de circular, tiver uma forma prismática simples, substitui-se, em (15), I_z por I_t em que é

$$I_t = \frac{S^4}{40 \cdot I_z}$$

Como o trabalho produzido pelas tensões de corte é pequeno, em geral, despreza-se no cálculo.

O trabalho total de deformação do sistema em estudo, será, portanto

$$(16) \qquad \boxed{A_1 = \int \frac{M_y^2}{E \, I_y} \, ds + \int \frac{K^2}{S \cdot E} \, ds + \int \frac{M_x^2}{Z \cdot E} \, ds + \int \frac{M_z^2}{G \, I_z} \, ds}$$

Segundo o teorema de Castigliano, as grandezas hiperstáticas devem tornar mínimo o trabalho interno de deformação.

Se derivarmos, pois, a equação acima, relativamente às incógnitas hiperstáticas, obtemos tantas equações, quantas as incógnitas.

$$\int \frac{M_y}{E I_y} \frac{\partial M_y}{\partial X} \, ds + \int \frac{K}{S E} \frac{\partial K}{\partial X} \, ds + \int \frac{M_x}{Z E} \frac{\partial M_x}{\partial X} \, ds + \int \frac{M_z}{G I_z} \frac{\partial M_z}{\partial X} \, ds = 0 \qquad (17)$$

A equação (17) é válida para quaisquer cargas actuando em quaisquer posições.

As expressões das grandezas que entram na equação (17), tomam formas, em geral simples, se considerarmos em vez da variável s, a variável β — ângulo ao centro correspondente a um arco de comprimento s —.

Designando por H o passo da hélice e por i a inclinação, deduz-se da fig. 5

$$ds = ds_1 \cdot \frac{\sqrt{4 \cdot \pi^2 \rho^2 + H^2}}{2 \pi \rho}$$

ou

$$ds = ds_1 \cdot \sec i$$

mas sendo

$$ds_1 = \rho \cdot d\beta$$

será

$$ds = \rho \cdot \sec i \cdot d\beta$$

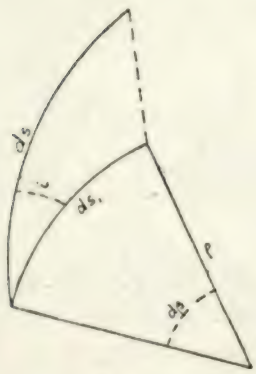


Fig. 5

Se as fôrças externas forem verticais, será nula a componente N_y da resultante R; no estudo que vai seguir-se consideraremos sòmente fôrças verticais.

A fig. 6 representa um trôço de hélice encastrada nos extremos B e B' carregada com $\bar{q}$ quilogramas por metro de projecção horizontal. O ângulo β será medido no plano perpendicular ao eixo do cilindro inscrito passando pela secção média (A) e referido ao raio OA . Será considerado positivo no sentido contrário ao movimento dos ponteiros de um relógio.

A carga total sôbre a hélice será

$$Q = 2 \cdot q \cdot \rho \beta_1$$

e as reacções verticais em B e B'.

$$R_v = \frac{Q}{2} = q \cdot \rho \cdot \beta_1$$

O esfôrço transverso vertical na secção (D) da fig. (6) será

$$\begin{aligned} T &= -q \cdot \rho \cdot \beta_1 - q \cdot \rho (-\beta_1 + \beta) \\ &= -q \cdot \rho \cdot \beta \end{aligned}$$

Imaginemos a peça cortada em (A). Para manter em equilíbrio a parte (B' A), é necessário aplicar em (A), um sistema de fôrças e momentos que representam a acção da parte retirada da peça, sôbre a parte (B' A).

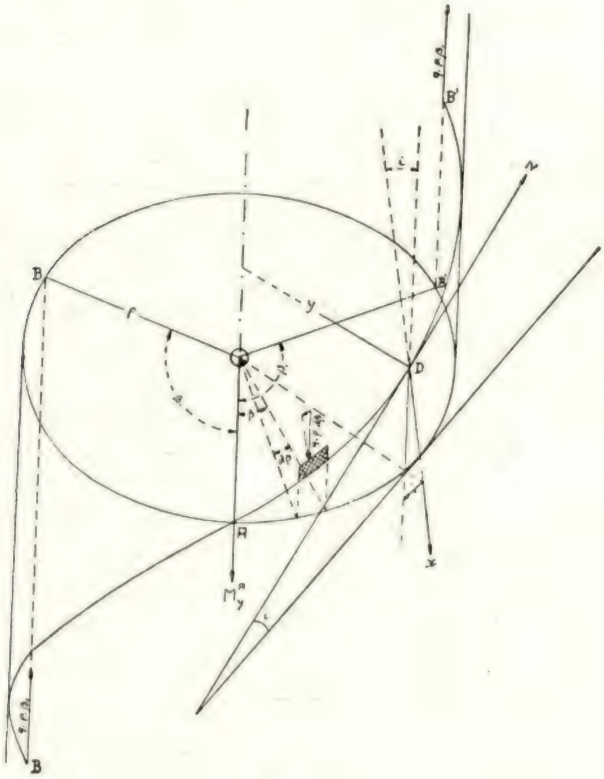


Fig. 6

As cargas verticais $q \cdot \rho \cdot d\beta$ decompõem-se segundo os eixos DZ e DX, em $q \cdot \rho \cdot d\beta \cdot sen\ i$ e $q\, \rho\, d\beta\ cos\ i$. A soma das componentes $q\, \rho\, d\beta$. sen i é igual à componente axial N_z

$$N_z = q \cdot \rho \cdot \beta \cdot \text{sen i}$$

As componentes $q \cdot \rho\, d\beta$ cos i, paralelas ao eixo DX, produzem esforços de corte. Na secção (D) será

$$N_x = q \cdot \rho \cdot \beta \cdot \cos i$$

Para valores de β compreendidos entre zero e β_1, quere dizer, em secções situadas entre A e B', é N_z positiva. Entre A e B é N_z negativa, visto ser β negativo desde zero até $-\beta_1$. Pode pois concluir-se que as secções situadas entre A e B' são solicitadas por esforços de tracção, e as secções situadas entre A e B por esforços de compressão. O esfôrço de tracção é máximo em (B'), diminuindo até (A), onde se anula. A partir de (A) a compreensão vai aumentando, atingindo o seu máximo em (B).

Decomponhamos as cargas $q \cdot \rho \cdot d\beta$, em relação aos eixos $\overline{OX}$ e $\overline{OZ}$ da secção média A, como fizemos para a secção (D). As componentes $q \cdot \rho \, d\beta \cos i$ não produzem momento flector, em relação ao eixo $\overline{OX}$ por lhe serem paralelas, nem momento de torção relativamente a $\overline{OZ}$, por estarem simètricamente dispostas em relação à secção (A).

As componentes $q \cdot \rho \, d\beta \cdot \operatorname{sen} i$ produzem, como vimos, esforços de tracção e compressão. Os momentos por elas produzidos deduzem-se de

$$\begin{Vmatrix} 0 & 0 & N_z \\ x_A & y_A & 0 \end{Vmatrix}$$

em que $(x_A, y_A, 0)$, são as coordenadas do ponto de aplicação de N_z em (A).

$$M'_x = -N_z \cdot J_A$$

$$M'_y = N_z \cdot x_A$$

Como é $N_z = 0$ na secção (A), são nulos os momentos M'_x e M'_y. Fica apenas o momento flector M_y^A produzido pelas componentes paralelas ao eixo DX. É êste momento que consideraremos como grandeza estàticamente indeterminada.

Vamos procurar as expressões dos momentos, da torção e flexão, numa secção qualquer (D) definida pelo ângulo β, em função da incógnita hiperstática M_y^A e das fôrças externas. O momento flector M_y na secção (D) será igual à soma algébrica da projecção de M_y^A sôbre DX, com os momentos produzidos pelas fôrças $\bar{q}$, actuando desde (A) até (D)

$$M_y = -M_y^A \cdot \cos\beta + \int_0^\beta q \, \rho^2 \operatorname{sen}\beta \, d\beta$$

$$18 \qquad \boxed{M_y = -M_y^A \cdot \cos\beta + q \cdot \rho^2 (1 - \cos\beta)}$$

O momento M_z em (D), será igual à soma da projecção de M_y^A sôbre $\overline{DZ}$, com os momentos produzidos pelas componentes $(q \cdot \rho \cdot d\beta \cdot \cos i)$ das fôrças externas $\bar{q}$, actuando entre (A) e (D). As componentes $(q \cdot \rho \cdot d\beta \operatorname{sen} i)$ sendo paralelas ao eixo DZ, não produzem momentos em relação a êste eixo.

$$M_z = -M_y^A \cdot \operatorname{sen}\beta \cdot \cos i + \int_0^\beta q \, \rho^2 (1 - \cos\beta) \cdot \cos i \, d\beta$$

$$(19) \qquad \boxed{M_z = -M_y^A \cdot \operatorname{sen}\beta \cos i + q \cdot \rho^2 (\beta - \operatorname{sen}\beta) \cdot \cos i}$$

O momento M_x será igual à soma da projecção de M_y^A sôbre $\overline{DX}$, com os momentos produzidos pelas componentes $(q \cdot \rho \cdot d\beta \cdot \operatorname{sen} i)$ das fôrças $\bar{q}$, actuando entre (A) e (D). Sendo as componentes $(q \cdot \rho \cdot d\beta \cdot \cos i)$ paralelas ao eixo $\overline{DX}$, não produzem momentos em relação a êste eixo.

$$M_x = -M_y^A \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen} i + \operatorname{sen} i \int_0^\beta q \, \rho^2 (1 - \cos\beta) \, d\beta$$

$$(20) \qquad \boxed{M_x = -M_y^A \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen} i + \operatorname{sen} i \cdot q \, \rho^2 (\beta - \operatorname{sen}\beta)}$$

Com as expressões de M_x e N_z obtém-se

$$(21) \qquad \boxed{K = N_z - \frac{M_x}{\rho} = q \,.\, \rho \,.\, \beta \,.\, \text{sen}\, i + \frac{M_y^A}{\rho} \text{sen}\, \beta \,.\, \text{sen}\, i - \text{sen}\, i \,.\, q \,.\, \rho\, (\beta - \text{sen}\, B)}$$

De (18) (19) (20) (21) deduz-se, derivando em ordem a M_y^A

$$\frac{\partial M_y}{\partial M_y^A} = -\cos\beta \qquad \frac{\partial M_z}{\partial M_y^A} = -\text{sen}\,\beta \,.\, \cos i \qquad \frac{\partial M_x}{\partial M_y^A} = -\text{sen}\,\beta \,.\, \text{sen}\, i \qquad \frac{\partial K}{\partial M_y^A} = \frac{1}{\rho} \,.\, \text{sen}\,\beta \,.\, \text{sen}\, i$$

Efectuando na equação (17) a mudança de variável indicada e fazendo $\mu = \frac{E \,.\, I_y}{G \,.\, I_t}$ (nas secções rectangulares) e $\mu = \frac{E \,.\, I_y}{G \,.\, I_z}$ (nas secções circulares), $\frac{I_y}{S} = \delta$ e $\frac{I_y}{Z} = \lambda$ vem

$$\int M_y \frac{\partial M_y}{\partial M_y^A} d\beta + \delta \int K \frac{\partial K}{\partial M_y^A} d\beta + \lambda \int M_x \frac{\partial M_x}{\partial M_y^A} d\beta + \mu \int M_z \frac{\partial M_z}{\partial M_y^A} d\beta = 0$$

Integrando cada uma das parcelas que constituem a equação acima, obtêm-se as seguintes expressões

$$\int M_y \frac{\partial M_y}{\partial M_y^A} = M_y^A \frac{\text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta + \beta}{2} + q \,.\, \rho^2 \frac{\text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta + \beta}{2} - q\, \rho^2 \,.\, \text{sen}\,\beta$$

$$\delta \int K \frac{\partial K}{\partial M_y^A} = \delta \left[\frac{M_y^A}{\rho^2} \text{sen}^2 i \,.\, \frac{\beta - \text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta}{2} + q \,.\, \text{sen}^2 i \frac{\beta - \text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta}{2} \right]$$

$$\lambda \int M_x \frac{\partial M_x}{\partial M_y^A} = \lambda \left[M_y^A \text{sen}^2 i \frac{\beta - \text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta}{2} - q\, \rho^2 \text{sen}^2 i\, (\text{sen}\,\beta - \beta \,.\, \cos\beta) + \right.$$
$$\left. + q\, \rho^2 \text{sen}^2 i \frac{\beta - \text{sen}\,\beta \cos\beta}{2} \right]$$

$$\mu \int M_z \frac{\partial M_z}{\partial M_y^A} = \mu \left[M_y^A \cos^2 i \frac{\beta - \text{sen}\, B \,.\, \cos\beta}{2} - q\, \rho^2 \,.\, \cos^2 i\, (\text{sen}\,\beta - \beta \,.\, \cos\beta) + \right.$$
$$\left. + q\, \rho^2 \cos^2 i \frac{\beta - \text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta}{2} \right]$$

Somando e igualando a zero, as expressões acima, obtém-se uma equação de primeiro grau em M_y^A que resolvida dá

$$(22) \qquad \boxed{M_y^A = - \frac{q\, \rho^2 (\text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta + \beta - 2\, \text{sen}\,\beta) + \text{sen}^2 i \left\{ \delta \,.\, q\, (\beta - \text{sen}\,\beta \,.\, \cos\beta) + \lambda\, q\, \rho^2 (\beta - \text{sen}\,\beta \cos\beta - 2 \,.\, \text{sen}\,\beta + 2\,\beta \cos\beta) \right\} + \mu\, q\, \rho^2 \cos^2 i\, (\beta + 2\,\beta \cos\beta - 2\, \text{sen}\,\beta - \text{sen}\,\beta \cos\beta)}{(\text{sen}\,\beta \cos\beta + \beta) + (\beta - \text{sen}\,\beta \cos\beta) \left[\text{sen}^2 i \left(\frac{\delta}{\rho^2} + \lambda \right) + \mu \cos^2 i \right]}}$$

Fazendo nesta expressão $i = 0$, obtém-se a equação correspondente às vigas circulares planas, sujeitas à acção de fôrças verticais, perpendiculares ao seu plano.

$$* \ (23) \qquad \boxed{\mathfrak{M}_y^A = -\frac{q \cdot \rho^2 \left[(\operatorname{sen}\beta \cos\beta + \beta - 2 \operatorname{sen}\beta) + \mu(\beta - \operatorname{sen}\beta\cos\beta - 2\operatorname{sen}\beta + 2\beta\cos\beta)\right]}{\operatorname{sen}\beta\cos\beta + \beta + \mu(\beta - \operatorname{sen}\beta\cos\beta)}}$$

Se a viga tiver um número par de espiras, isto é, se fôr $2 \cdot \beta = 2 \cdot n \cdot \pi$ em que n é um número par, a fórmula (22) toma estoutro aspecto:

$$(24) \qquad \boxed{M_y^A = -\frac{q \cdot \rho^2 + \operatorname{sen}^2 i\,(\delta \cdot q + 3 \cdot \lambda\, q\, \rho^2) + 3 \cdot \cos^2 i \cdot \mu \cdot q\, \rho^2}{1 + \operatorname{sen}^2 i \left(\frac{\delta}{\rho^2} + \lambda\right) + \mu \cdot \cos^2 i}}$$

Se a viga tiver um número ímpar de espiras, isto é, se fôr n um número ímpar, será

$$(25) \qquad \boxed{M_y^A = -\frac{q \cdot \rho^2 + \operatorname{sen}^2 i\,(\delta \cdot q - \lambda\, q\, \rho^2) - \mu\, q \cdot \rho^2 \cos^2 i}{1 + \operatorname{sen}^2 i \left(\frac{\delta}{\rho^2} + \lambda\right) + \mu \cos^2 i}}$$

Fazendo em (24) e (25) $i = 0$ obtêm-se fórmulas análogas para o caso das vigas planas circulares.

$$(24') \qquad \boxed{\mathfrak{M}_y^A = -q \cdot \rho^2 \frac{1 + 3\mu}{1 + \mu}}$$

---

* *Nota* — No caso da viga em estudo ser uma viga circular, plana e sujeita à acção de cargas normais ao seu plano, é evidente que em conseqüência da simetria geométrica e de cargas, se torna desnecessário considerar o sinal do ângulo β, bastando portanto fazer-se o estudo para meia viga.

$$(25') \qquad \boxed{\mathfrak{M}_y^A = -q\, \rho^2 \frac{1 - \mu}{1 + \mu}}$$

Aplicação numérica

Como aplicação numérica vamos calcular uma laje helicoidal destinada a suportar uma escadaria. Os dados dos problemas são

$q = 500$ rg $\quad 2\beta = 3\frac{\pi}{2} \quad \rho = 2{,}12$ m $\quad b = 1$ m $\quad a = 0{,}30$ m $\quad \operatorname{sen}\beta = 0{,}707 \quad \cos\beta = -0{,}707$

O desnível entre os apoios B e B' é de 6 metros.

Em primeiro lugar vamos calcular os coeficientes δ, λ e μ.

A inclinação da linha média da hélice será dada por:

$$\operatorname{tg} i = \frac{6}{2 \cdot \beta \cdot \rho} = \frac{12}{3 \times 3{,}1416 \times 2{,}12} = 0{,}6012$$

o seno e o cosseno dos ângulo i serão

$$\text{sen } i = 0{,}5152$$

$$\cos i = 0{,}8571$$

o coeficiente δ será

$$1 = \frac{I_y}{S} = \frac{a^3 . b}{12 . a . b} = \frac{0{,}30^2}{12} = 0{,}0075$$

O coeficiente λ é dado pela expressão

$$\delta = \frac{I_y}{Z} = \frac{a^3 . b}{12} \times \frac{1}{Z}$$

em que é

$$Z = I_x . f\left(\frac{b}{\rho}\right) = \frac{a . b^3}{12} . f\left(\frac{b}{\rho}\right)$$

e

$$f\left(\frac{b}{\rho}\right) = 1 + \frac{3}{5 \times 2^2}\left(\frac{b}{\rho}\right)^2 + \frac{3}{5 \times 2^4}\left(\frac{b}{\rho}\right)^4$$

Substituindo a expressão de Z na de λ, vem

$$\lambda = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \times \frac{1}{f\left(\frac{b}{\rho}\right)}$$

Desenvolvendo a função $f\left(\frac{b}{\rho}\right)$ até ao terceiro termo, obtém-se com $\frac{b}{\rho} = \frac{1}{2{,}12}$

$$\lambda = \left(\frac{0{,}30}{1{,}00}\right)^2 \times \frac{1}{1{,}03521} = 0{,}08693$$

O coeficiente μ, é, como vimos, igual a $\frac{E . I_y}{G . I_t}$ nas secções rectangulares, e $\frac{E . I_y}{G . I_z}$ nas secções circulares, sendo $I_t = \frac{S^4}{40 . I_z}$

$$I_z = I_x + I_y = \frac{1}{12} . a . b\ (a^2 + b^2)$$

portanto é

$$I_t = \frac{12 . a^4 . b^4}{40 . a . b\ (a^2 + b^2)}$$

e

$$\mu = \frac{E}{G} . \frac{40}{144}\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]$$

Na «Revista da Faculdade de Engenharia», vol. II, n.º 1 de 1935, indica o senhor engenheiro Almeida Garrett uma fórmula algo diferente, que todavia conduz a resultados numéricos não muito afastados dos da expressão acima.

Essa fórmula é:

$$\mu = \frac{1}{12} . \frac{E}{G}\left\{\left[1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2\right]\left(3{,}645 - 0{,}06\frac{a}{b}\right)\right\}$$

Segundo Bach, à razão $\frac{E}{G}$ deve atribuir-se o valor numérico 2, 2.

Empregando a fórmula acima o valor numérico de μ será

$$\mu = \frac{2,2}{12}\left\{\left[1+\left(\frac{0,30}{1,00}\right)^2\right]\left(3,645-0,06\times\frac{0,30}{1,00}\right)\right\} = 0,7246$$

Entrando na equação (22) com os valores numéricos obtidos, vem para M_y^A o seguinte valor

$$M_y^A = 395,27 \text{ kg} \times \text{m}$$

Substituindo nas equações (18), (19) e (20) as grandezas nelas contidas pelos seus respectivos valores numéricos, vem

$$\text{I} \begin{cases} M_y = -395,27 \,.\, \cos\beta + 500 \times 2,12^2\,(1-\cos\beta) \\ M_z = -395,27 \times 0,8571 \,.\, \text{sen}\,\beta + 500 \times 2,12^2 \times 0,8571\,(\beta - \text{sen}\,\beta) \\ M_x = -395,27 \times 0,5152 \,.\, \text{sen}\,\beta + 500 \times 2,12^2 \times 0,5152\,(\beta - \text{sen}\,\beta) \end{cases}$$

O sistema I permite-nos calcular os valores numéricos dos momentos M_x M_y e M_z, em qualquer secção da laje, em função da coordenada angular β.

$$\text{para } \beta = \frac{3\pi}{4} \text{ é } \begin{array}{l} M_x = 1765,5 \text{ kg} \times \text{m} \\ M_y = 4115,3 \text{ kg} \times \text{m} \\ M_z = 2937,0 \text{ kg} \times \text{m} \end{array}$$

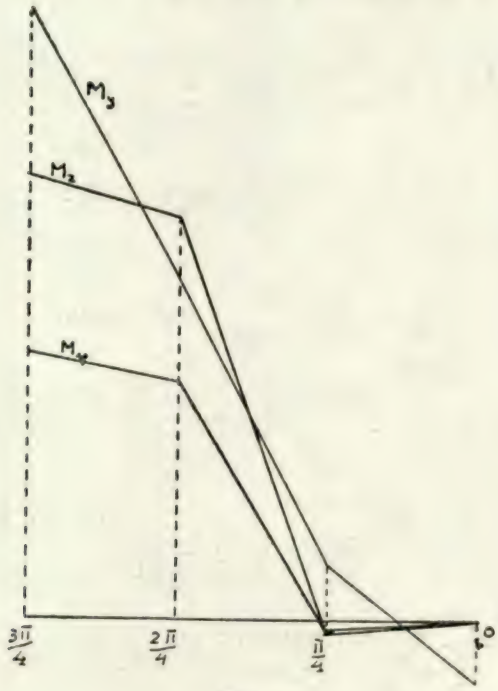


Fig. 7

Na fig. (7) encontram-se desenhados os gráficos dos momentos M_y M_z e M_x, da meia viga correspondentes ao ângulo β positivo.

É interessante comparar os momentos que se exercem numa secção normal, com os que se exercem na secção vertical, passando pelo eixo da hélice. Para isso calculemos primeiro o valor de $\mathfrak{M}_y^A$.

Aplicando a fórmula (23), obtém-se

$$\mathfrak{M}_y^A = 530{,}50 \text{ kg} \times \text{m}$$

Na secção vertical de apoio, os momentos $\mathfrak{M}_y$ e $\mathfrak{M}_z$, são dados pelas fórmulas (18) e (19) fazendo nelas $\mathfrak{M}_y^A = 530{,}50$ $\beta = \frac{3 \cdot \pi}{4}$ e $i = 0$

$$\mathfrak{M}_y = -530{,}50 \times (-0{,}707) + 500 \times 2{,}12^2 \times (1 + 0{,}707) = 4210 \text{ kg} \times \text{m}$$

$$\mathfrak{M}_z = -530{,}60 \times 0{,}707 + 500 \times 2{,}12^2 \times (2{,}3562 - 0{,}707) = 3331 \text{ kg} \times \text{m}$$

Procuremos agora as tensões máximas que se exercem nas duas secções, normal e vertical

a) Secção Normal:

A equação (11) permite-nos determinar essas tensões. No apoio da esquerda B, a componente N_z produz esforços de compressão, que se juntam aos que resultam dos momentos M_y e M_x

$$N_z = 500 \times 2{,}12 \times 2{,}3562 \times 0{,}5152$$

$$N_z = 1287 \text{ kg}$$

Calculemos separadamente cada um dos termos de (11)

$$(11) \qquad \sigma = \frac{N_z}{S} - \frac{M_x}{\rho . S} + \frac{M_x}{Z} \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}} + \frac{M_{y.x}}{I_y}$$

$$\frac{N_z}{S} = \frac{1287}{30 \times 100} = 0{,}43 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{M_x}{\rho . S} = \frac{176.550}{212 \times 3000} = 0{,}28 \text{ kg/cm}^2$$

O terceiro e quarto termos, para $y = \frac{b}{2}$ e $x = \frac{a}{2}$ têm os seus maiores valores.

$$\frac{M_x}{Z} \frac{y}{1 - \frac{y}{\rho}} = \frac{176.550}{2.588.025} \times \frac{50}{1 - \frac{50}{212}} = 4{,}46 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{M_y . x}{I_y} = \frac{411.530 \times 15}{225.000} = 27{,}43 \text{ kg/cm}^2$$

Portanto, o valor da compressão na aresta mais esforçada é

$$\sigma = 0{,}43 - 0{,}28 + 4{,}46 + 27{,}43 = 32{,}0 \text{ kg/cm}^2$$

b) Secção Vertical:

Como vimos, na secção vertical anulam-se a componente axial N_z e o momento M_x, ficando a fórmula (11) reduzida apenas ao terceiro termo:

$$\sigma = \frac{M_y \cdot x'}{I'_y}$$

fàcilmente se verifica que é $x' = \frac{x}{\cos i}$ para $x = 15$ cm é $x' = 17{,}5$ cm

$$I'_y = \frac{35^3 \times 100}{12} = 357.291 \text{ cm}^4$$

e portanto $\sigma = \frac{421.000 \times 17{,}5}{357.291} = 20{,}6 \text{ kg/cm}^2$

Comparando os resultados de (a) com os de (b), verifica-se que a compressão máxima na secção normal do apoio B, excede em perto de 12 kg/cm², isto é em 55 %, aproximadamente, a compressão máxima na secção vertical do mesmo apoio.

Êste exemplo mostra-nos a necessidade de se considerar no cálculo das estruturas helicoidais, as tensões que se desenvolvem nas secções perpendiculares à linha média.

Viseu, 4 de Março de 1940.

Bibliografia — «La Scienza delle Costruzioni», (Müller Breslau).
«Cours de Stabilité des Constructions», Tômo IV (Vierendeel).

Um processo prático de medição de caudais de água

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) CARLOS M. DO AMARAL NETTO

Há muitas vezes conveniência em avaliar com alguma aproximação o caudal de água fornecido por uma nascente, o que a bomba tira durante o ensaio de rendimento de um poço, etc., e contudo limitamo-nos freqüentemente a avaliações grosseiras, porque não é fácil estabelecer um descarregador aferido ou não se dispõe de uma capacidade adequada, e não ocorre outro processo prático de fazer a medição. Ora, parece que esta se pode efectuar por uma forma muito simples e cómoda, a qual consiste em fazer passar a água por um cano horizontal que não seja completamente cheio, com saída livre, e medir nesta saída a altura do vazio entre a superfície do jôrro e a parede do cano, que pode dar, com bastante rigor, o valor do caudal.

O processo corresponde de facto a uma noção intuïtiva geral, que muitas vezes serve para apreciar por sentimento a importância de um veio de água, chegando as pessoas mais experimentadas a obter estimativas muito aproximadas da realidade. O que não será muito divulgado, porém, é o conhecimento de que há uma relação precisa entre aquela altura do vazio e o volume de água jorrando pelo cano, e que portanto êste método de medida tem um real valor.

Assim o ensina o Prof. Horace King, no seu excelente «Handbock of Hydraulics», porventura a mais autorizada de entre as raras obras que conhecemos com referências a êste processo. King dá, para medidas em pés, a equação

$$Q = 8.69 \left(1 - \frac{a}{d}\right)^{1.88} d^{2.48}$$

acompanhada de tabelas auxiliares e algumas indicações práticas; não dá, todavia, pormenores sôbre a dedução da fórmula, que diz resultar de estudos e experiências feitos na Califórnia por alturas de 1920-24. Afirma que a expressão se aplica com rigor («accurately») para tubos de 3 a 10 polegadas de diâmetro, e manifesta a sua opinião de que poderá ainda ser usada com confiança («considerable assurance») para calibres maiores.

Fiados em tão boa autoridade utilizámos o processo, e, por que êle é cómodo e prático, parece-nos haver vantagem em apresentar os elementos que para tanto estabelecemos e que a outros poderão prestar, poupando-lhes o trabalho de por si mesmos repetirem as contas.

Como já se disse, o processo aplica-se no caso de canos horizontais com saída livre e a bôca de descarga incompletamente cheia. Convém que o cano tenha um certo comprimento, ao menos 6 vezes o seu diâmetro, e será bom abrir-lhe um respiro, para assegurar a ventilação do espaço vazio, quando se trate dum caudal correndo quási a cano cheio ou por outra razão se não possa fazer a entrada de ar pelo lado de montante.

A fórmula acima transcrita escrever-se-á em medidas métricas (centímetros e litros por segundo)

$$Q = 0.0514 \left(1 - \frac{a}{d}\right)^{1.88} d^{2.48}$$

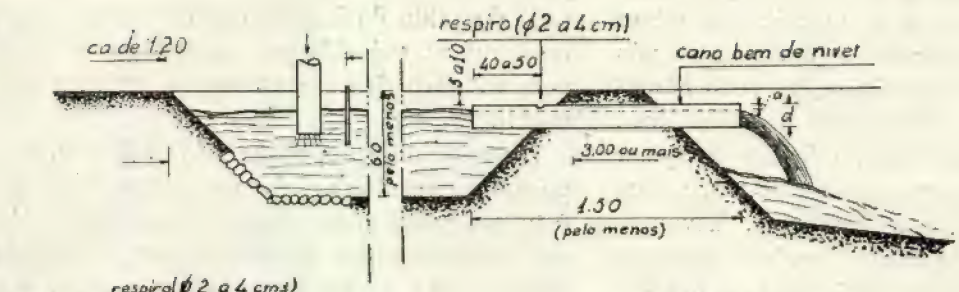
ou

$$Q = 1.785 \left[8.69 \left(1 - \frac{a}{d}\right)^{1.88}\right] d^{2.48}$$

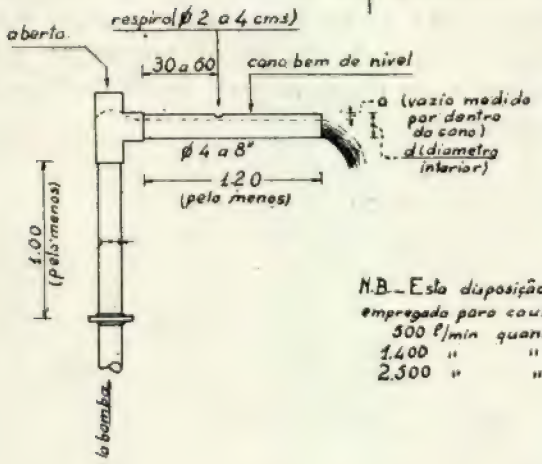
quando se exprimam os valores de *a* e de *d* em decímetros, sendo esta a forma mais cómoda para quem possa utilizar as tabelas auxiliares do Manual citado.

Nestas expressões *d* representa o diâmetro interior do tubo onde se faz a medição, e *a* a altura do vazio, medida no plano da bôca de descarga.

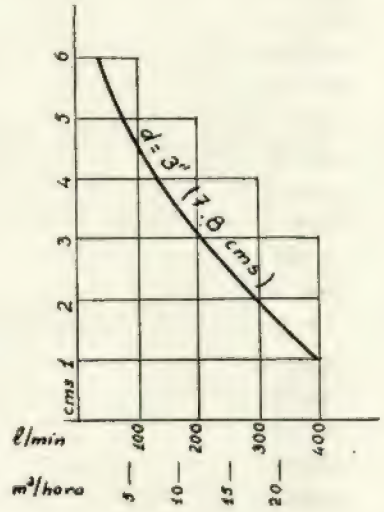
Assim calculámos os valores dos caudais correspondentes às diferentes alturas de vazio

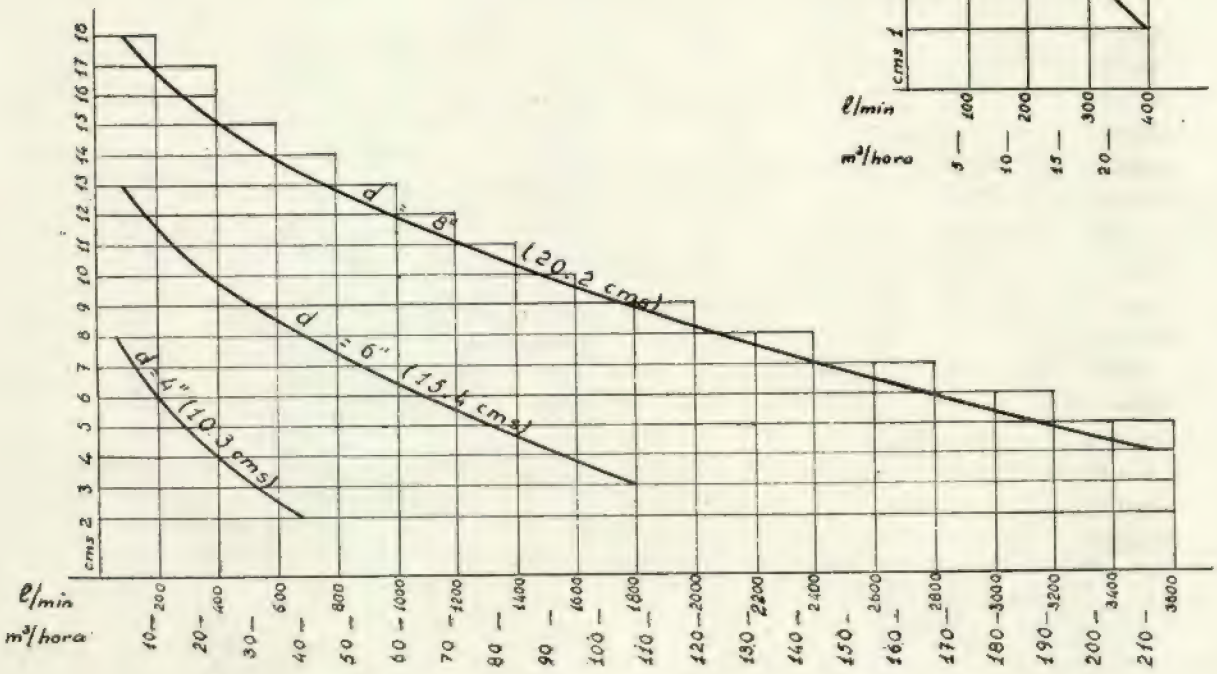


N.B.— Só é necessário o respiro quando o água enche o cano na entrada



N.B.— Esta disposição não deve ser empregada para caudais superiores a
500 ℓ/min quando D = 4"
1.400 " " " = 6"
2.500 " " " = 8"





em canos de 3, 4, 6 e 8 polegadas de diâmetro interior. Os diâmetros considerados para estes cálculos foram os diâmetros reais e não os nominais; como há ligeiras diferenças entre as normas britânicas e as americanas a êste respeito, e presentemente se usam entre nós tubos de uma e outra origem, pareceu razoável tomar valores intermédios dos das duas especificações, facto que se indica a quem queira verificar as contas mas que tem pouca importância quanto aos resultados. Tivemos em vista apenas os canos de ferro laminado que são os mais fàcilmente aplicáveis na prática.

Traçámos curvas dos caudais em função das alturas de vazio, que reproduzimos no desenho junto, preparado para servir no campo e que por isso inclue ainda esquemas de montagem e outras indicações práticas para os condutores de trabalhos. Parece-nos conveniente respeitar os limites de aplicação indicados para o caso de saída de bomba por coluna montante, para evitar velocidades excessivas, susceptíveis de perturbar o escoamento no tubo horizontal.

É nossa intenção, ainda não realizada, comparar os resultados de medições feitas por êste processo com os de observações sôbre um descarregador aferido e bem instalado; óptimo será se outros o quiserem fazer também e derem conta das discrepâncias que observem, se é que as pode haver de alguma importância.

Um método novo para determinação da Constante Dieléctrica das Soluções muito Condutoras

PELO DR. ARTUR DE SOUSA

Introdução

As publicações feitas até hoje e que tratam das constantes dieléctricas resumem-se sòmente aos métodos e às medidas no caso das soluções muito diluídas. O método que vamos indicar pode servir para medir a constante dieléctrica de soluções muito condutoras, por exemplo, uma solução de ácido clorídrico 10 normal.

Num artigo precedente (1) nós mostrámos que na montagem de Kohlrausch, a determinação da condutibilidade de soluções muito condutoras podia sòmente ser realizada compensando a forte capacidade da cuva com a introdução dum condensador da mesma ordem de grandeza no braço que contém a resistência padrão.

A cuva de condutibilidade não é pràticamente idêntica a uma resistência ohmica mas

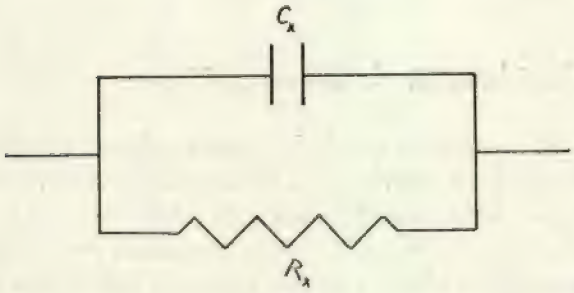


Fig. 1

é semelhante a um conjunto «capacidade-resistência», como indica a figura 1. Êste efeito de capacidade acentua-se quando o electrólito possue uma resistência muito fraca.

(1) Dr. A. de Sousa: «Considerações de ordem prática e teórica sôbre a condutibilidade de soluções muito concentradas». *Técnica*. Fev. 1940.

No caso de electrólitos diluídos, quere dizer, tendo uma condutibilidade fraca, pode-se, nos limites dos erros experimentais, desprezar a capacidade C_x e nós teremos neste caso a confrontar duas resistências ohmicas (fig. 2). Neste caso, a resistência desconhecida R_x da cuva

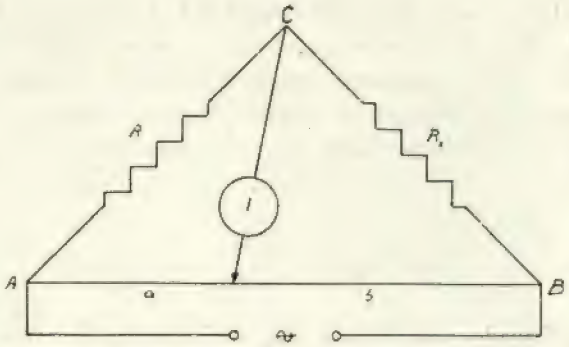


Fig. 2

está representada em função da resistência padrão pela relação:

$$R_x = \frac{b}{a} R \qquad (1)$$

Se considerarmos agora uma cuva com uma capacidade e uma resistência (fig. 3), nós não conseguiremos ter um equilíbrio da ponte. É precisamente isto que se constata com as cuvas que contém electrólitos muito condutores. De facto, mesmo se conseguirmos ter as amplitudes das correntes nos braços AB e BC iguais, não podemos realizar no caso da fig. 3, uma igualdade das fases:

$$\varphi_{AC} = \varphi_{BC} \qquad (2)$$

que é uma segunda condição indispensável para equilíbrio da ponte.

A-fim de poder realizar pràticamente o equilíbrio dos dois braços, é preciso juntar em paralelo com R um condensador C_x. Indicámos numa publicação anterior [1] como se es-

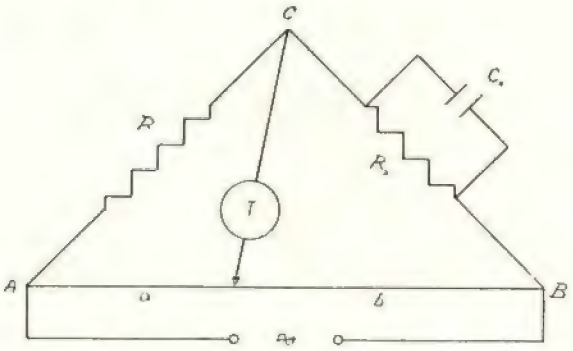


Fig. 3

colhe o valor da capacidade de compensação C_c (fig. 4). Para uma escolha conveniente de R e de C_c chegaremos perfeitamente a realizar o equilíbrio da ponte. Nestas condições podemos determinar C_x. Nós sabemos que o equilíbrio da ponte exige:

$$\frac{a}{R_{AC}} = \frac{b}{R_{BC}} \qquad (3)$$

indicando com R_{AC} e R_{BC} as impedâncias respectivas dos braços AC e BC.

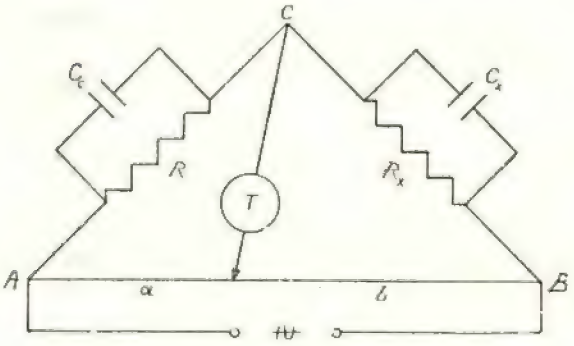


Fig. 4

A notação simbólica permite-nos escrever

$$\frac{a}{R_{AC}} = \frac{a}{R} + \frac{a}{\frac{1}{C_c \cdot \omega \cdot j}} \qquad (4)$$

ou

$$\frac{a}{R_{AC}} = a\left(\frac{1}{R} + C \cdot \omega \cdot j\right) \qquad (4')$$

Da mesma maneira, teremos:

$$\frac{b}{R_{BC}} = \frac{b}{R_x} + b \cdot C_x \cdot \omega \cdot j \qquad (5)$$

ou

$$\frac{C}{R_{BC}} = b\left(\frac{1}{R_x} + C_x \cdot \omega \cdot j\right) \qquad (5')$$

A relação (3) exige que nas relações (4') e (5') as partes reais e as partes imaginárias sejam iguais entre si; teremos:

$$\frac{a}{R} = \frac{b}{R_x} \qquad (6)$$

donde

$$R_x = \frac{b}{a} R \qquad (6')$$

e

$$a \cdot C_c \cdot \omega \cdot j = b \cdot C_x \cdot \omega \cdot j \qquad (7)$$

donde

$$C_x = \frac{a}{b} C_c \qquad (7')$$

Esta última relação permite-nos determinar o valor de C_x. Veremos mais adiante como se pode calcular a constante dieléctrica do electrólito.

Considerações de ordem prática

A montagem que indicamos na figura 4 pode muito bem servir para determinar o valor da capacidade duma cuva de condutibilidade cheia dum electrólito muito condutor, mas esta montagem oferece porém algumas dificuldades quando se trata de realizar ràpidamente o equilíbrio da ponte. Nós quisemos modificar ligeiramente a montagem da figura 4, a-fim-de chegar ràpidamente ao equilíbrio. Sob êste ponto de vista nós introduzimos em série com o condensador padrão de compensação C_c, uma resistência variável R_c. Assim, regulando R_c chegamos mais ràpidamente a um resultado satisfatório. A montagem que propomos é a da figura 5.

[1] Consultar o nosso artigo na *Técnica*. Fev. 1940

Examinemos as condições de equilíbrio da ponte no caso da figura 5. Em equilíbrio da ponte temos:

$$\frac{a}{R_{AC}} = \frac{b}{R_{BC}} \qquad (8)$$

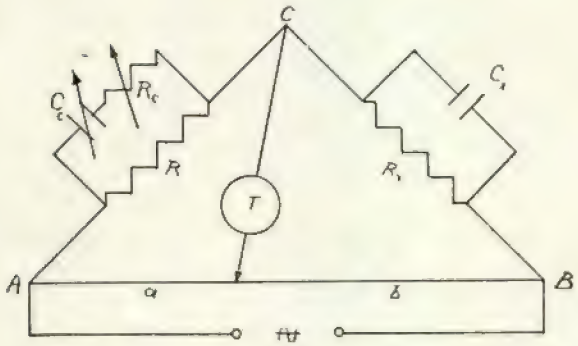


Fig. 5

onde R_{AC} e R_{BC} representam as impedâncias dos braços AC e BC. Utilizando a notação simbólica, teremos:

$$\frac{a}{R_{AC}} = \frac{a}{R} + \frac{a}{R_c + \frac{1}{C_c \cdot \omega \cdot j}} \qquad (9)$$

ou

$$\frac{a}{R_{AC}} = a\left[\frac{1}{R} + \frac{R_c}{R_c^2 + \frac{1}{C_c^2\,\omega^2}} - \frac{\frac{1}{C_c \cdot \omega \cdot j}}{R_c^2 + \frac{1}{C_c^2\,\omega^2}}\right] \qquad (9')$$

Da mesma maneira:

$$\frac{b}{R_{BC}} = \frac{b}{R_x} + b \cdot C_x\,\omega \cdot j \qquad (10)$$

Igualando as partes reais de (9') e de (10), teremos:

$$\frac{a}{R} + \frac{a\,R_c}{R_c^2 + \frac{1}{C_c^2 \cdot \omega^2}} = \frac{b}{R_x} \qquad (11)$$

Na expressão (11), podemos desprezar o termo que contém R_c e C_c, porque essas quantidades são pequenas e nós não introduzimos um êrro apreciável na avaliação de R_x:

$$R_x = \frac{b}{a} R \qquad (12)$$

Justificámos essa simplificação num trabalho anterior (3).

Igualando agora as partes imaginárias das expressões (9') e (10), teremos:

$$\frac{\frac{a}{C_c \cdot \omega \cdot j}}{R_c^2 + \frac{1}{C_c^2 \cdot \omega^2}} = b \cdot C_x \cdot \omega \cdot j \qquad (13)$$

Simplificando, obtemos:

$$\frac{a\,C_c}{R_c^2 \cdot C_c^2 \cdot \omega^2 + 1} = b \cdot C_x \qquad (14)$$

donde

$$C_x = \frac{a}{b} \cdot \frac{C_c}{R_c^2 \cdot C_c^2 \cdot \omega^2 + 1} \qquad (15)$$

Podemos obter uma expressão simples se considerarmos o produto como desprezível em relação à unidade. Neste caso, a expressão (15) transforma-se em:

$$C_x = \frac{a}{b} \cdot C_c \qquad (16)$$

Vamos justificar esta transformação, considerando dois exemplos numéricos:

1.º Exemplo

$R_c = 10$ Ohms $\quad C_c = 0{,}1\,\mu F \quad \omega = \sim 6000$

Introduzindo êsses valores na expressão (15) teremos:

$$C_x = \frac{a}{b} \cdot \frac{C_c}{10^{-4} + 1}$$

quere dizer que o desprezar $R^2 C_c^2 \omega^2$ provoca um êrro de 0,01 %.

2.º Exemplo

$R_c = 10$ Ohms $\quad C_c = 1\,\mu F \quad \omega = \sim 6000$

Operando como no exemplo precedente, teremos:

$$C_x = \frac{a}{b} \cdot \frac{C_c}{10^{-2} + 1}$$

(3) *Técnica*, Fevereiro 1940.

O êrro que resulta de desprezar $R^2C^2\omega^2$ é de 1 %.

Equilíbrio da Ponte

Considerando as partes positivas das correntes nos dois braços AC e BC, podem apresentar-se quatro casos:

1.º As intensidades das correntes nos dois braços são diferentes e desfasadas.

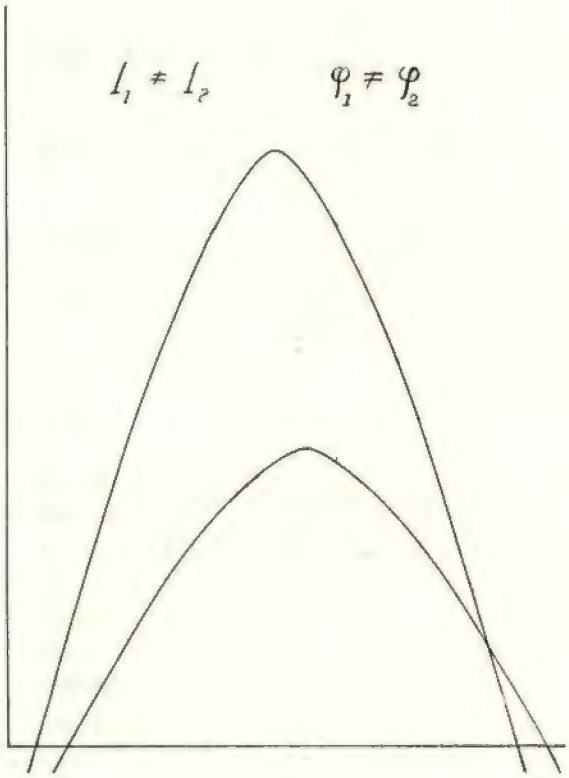


Fig. 6

2.º As intensidades das correntes nos dois braços estão em fase mas as intensidades são diferentes.

3.º As intensidades das correntes nos dois braços são de igual amplitude mas estão desfasadas.

4.º As intensidades das correntes nos dois braços são de igual amplitude e estão em fase.

Pràticamente resulta para os casos 1, 2, 3, um equilíbrio defeituoso da ponte. Existe sempre uma corrente que passa no aparelho de detecção do equilíbrio. Só no caso 4, se realiza um equilíbrio perfeito. O «zero» é nitidamente marcado pelo cursor da ponte.

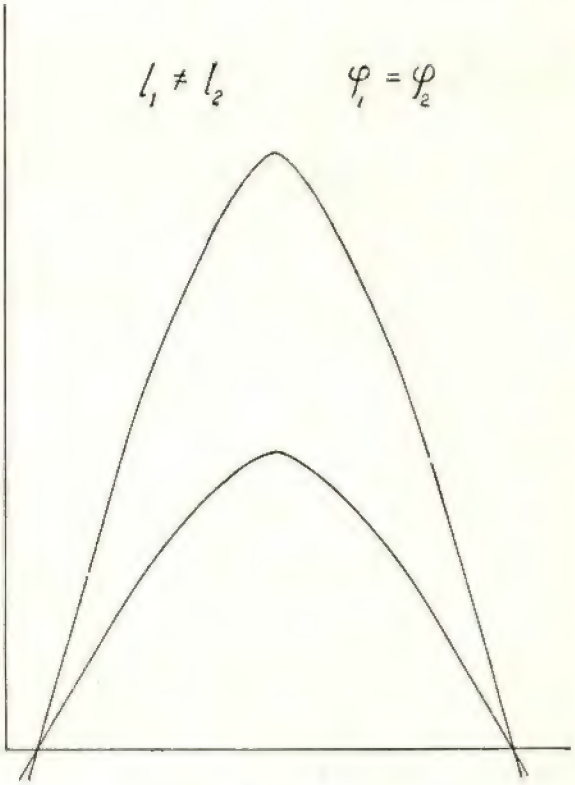


Fig. 7

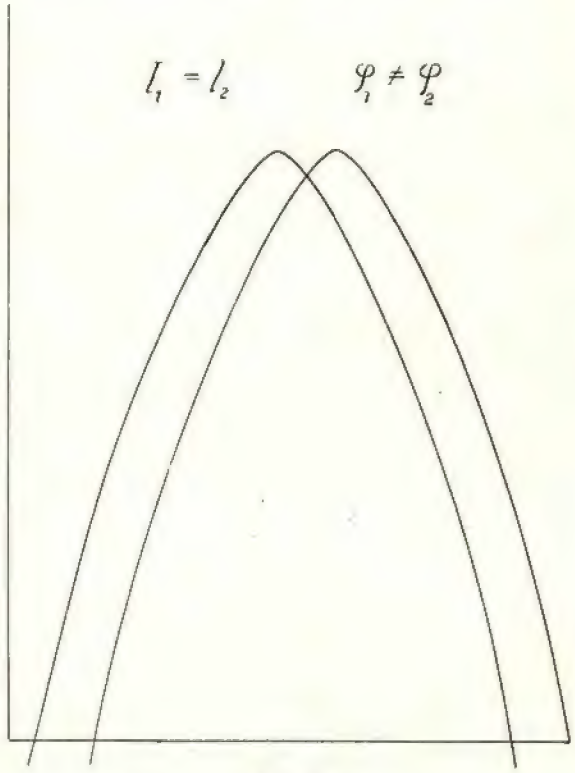


Fig. 8

É isso precisamente que nós tentamos realizar pondo em série uma resistência variável

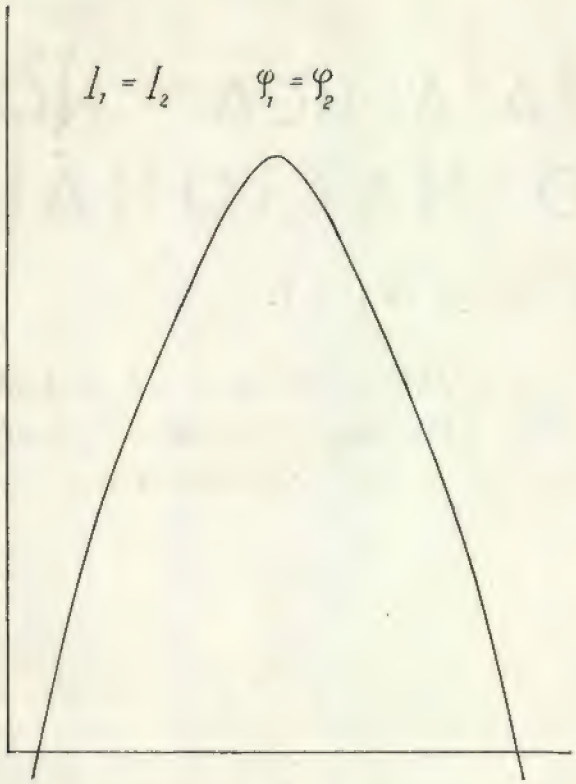


Fig. 9

com o condensador padrão de compensação C_c.

Determinação da constante dieléctrica

Admite-se em física como lei experimental que a capacidade dum condensador no qual o intervalo entre as armaduras é ocupado por um dieléctrico, isto é, por um meio isolante, é igual à capacidade do mesmo condensador no qual o dieléctrico é substituído pelo vácuo multiplicado por uma constante, que depende ùnicamente da natureza do dieléctrico.

Esta constante que nós designaremos por ε chama-se constante dieléctrica ou poder indutor específico do meio considerado.

Vê-se da definição que acabamos de dar, que o poder indutor específico é a relação de duas grandezas da mesma espécie: as capacidades de um mesmo condensador no qual o espaço compreendido entre as armaduras é ora ocupado pelo dieléctrico, ora pelo vácuo; é por conseguinte, um número independente do sistema de unidades empregado.

Segundo a definição que acabamos de dar, é fácil determinar a constante dieléctrica dum electrólito pouco resistente. De-facto, conhecendo C_x, podemos fazer a relação com a capacidade C da mesma cuva cheia com um líquido (electrólito ou não) cujo poder dieléctrico ε_x conhecemos. Podemos calcular a constante dieléctrica ε_x por meio da relação:

$$\frac{C_x}{C} = \varepsilon \qquad (17)$$

Conclusões

Utilizando a montagem de Kohlrausch e uma cuva de condutibilidade, é possível determinar a constante dieléctrica dum electrólito muito condutor. É evidente, que êste método não é muito rigoroso, mas em todo o caso, pode servir para conhecer pelo menos a ordem de grandeza da constante dieléctrica duma solução concentrada dum electrólito forte. Ainda não fizemos medidas de constantes dieléctricas mas vamos iniciá-las pròximamente.

Centro de Estudos de Física
Laboratório de Física
Instituto Superior Técnico, Lisboa

A "FORMAÇÃO BASÁLTICA" NO NOVO ESTÁDIO NACIONAL

Trabalho do Laboratório de Geologia do I. S. T.

POR VASCO MENDES DE SOUSA
E EDUARDO CORRÊA PEREIRA
(Do Curso de Engenharia de Minas)

As obras do novo Estádio Nacional, situado na margem direita do Rio Jamor, puseram à vista, em extensão considerável, as séries do manto basáltico de Lisboa. Em vista do exíguo

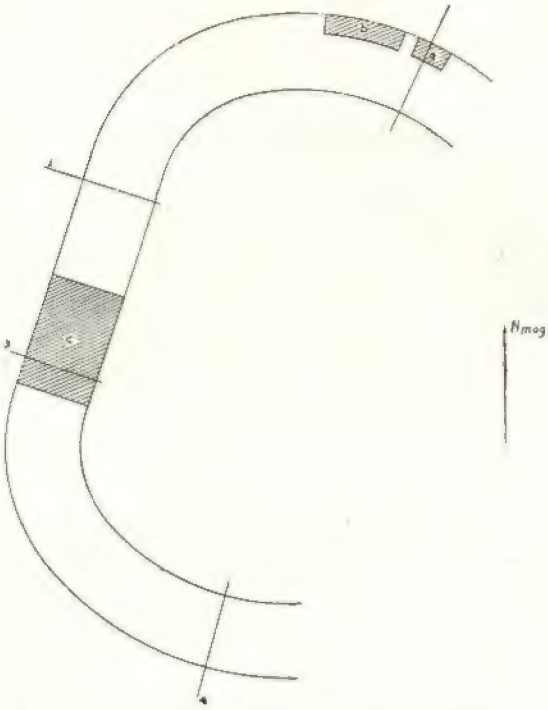


Fig. 1 — Estádio Nacional — Planta esquemática com a localização dos cortes e vistas — Escala aproximada 1 : 3.000

espaço de tempo durante o qual estiveram visíveis e dada a extensão e importância dos cortes que apresentavam, julgámos interessante registar as nossas observações.

A «Formação basáltica» de Lisboa é constituída por alternâncias de basaltos lávicos e intercalações sedimentares, correspondentes respectivamente a períodos de actividade e períodos de repouso de antigos vulcões, cuja idade tem sido muito discutida, constituindo a sua determinação precisa um problema ainda de difícil solução. Apenas se pode dizer que ela é post-Turoniano e pre-«Formação de Benfica», atribuída ao Oligocénico. Deve-se também observar que a «Formação basáltica» aparece apenas ao Sul da Serra da Boa Viagem, enquanto que o Cretácico superior ou Senoniano só aparece ao Norte desta serra.

Nas intercalações sedimentares do manto basáltico, aparecem fósseis terrestres e de água doce, moluscos e ossos de batráquios ou reptis, mas êles, infelizmente, apenas são formas regionais, sem significação estratigráfica geral. Por outro lado, a determinação da idade da «Formação de Benfica», que constitue o teto da «Formação basáltica», ainda é um problema complexo, devido à ausência de fósseis.

Carlos Ribeiro, ao apresentar os fósseis do manto basáltico, no Congresso de Geologia de Paris de 1878, fêz uma comunicação sôbre as formações terciárias de Portugal, em que considerou a «Formação basáltica» como eocénica [1] Tournouër, um dos vice-presidentes

[1] *Des formations tertiaires du Portugal in Congrès International de Géologie* tenu à Paris en 1878, p. 205. Paris, 1880.

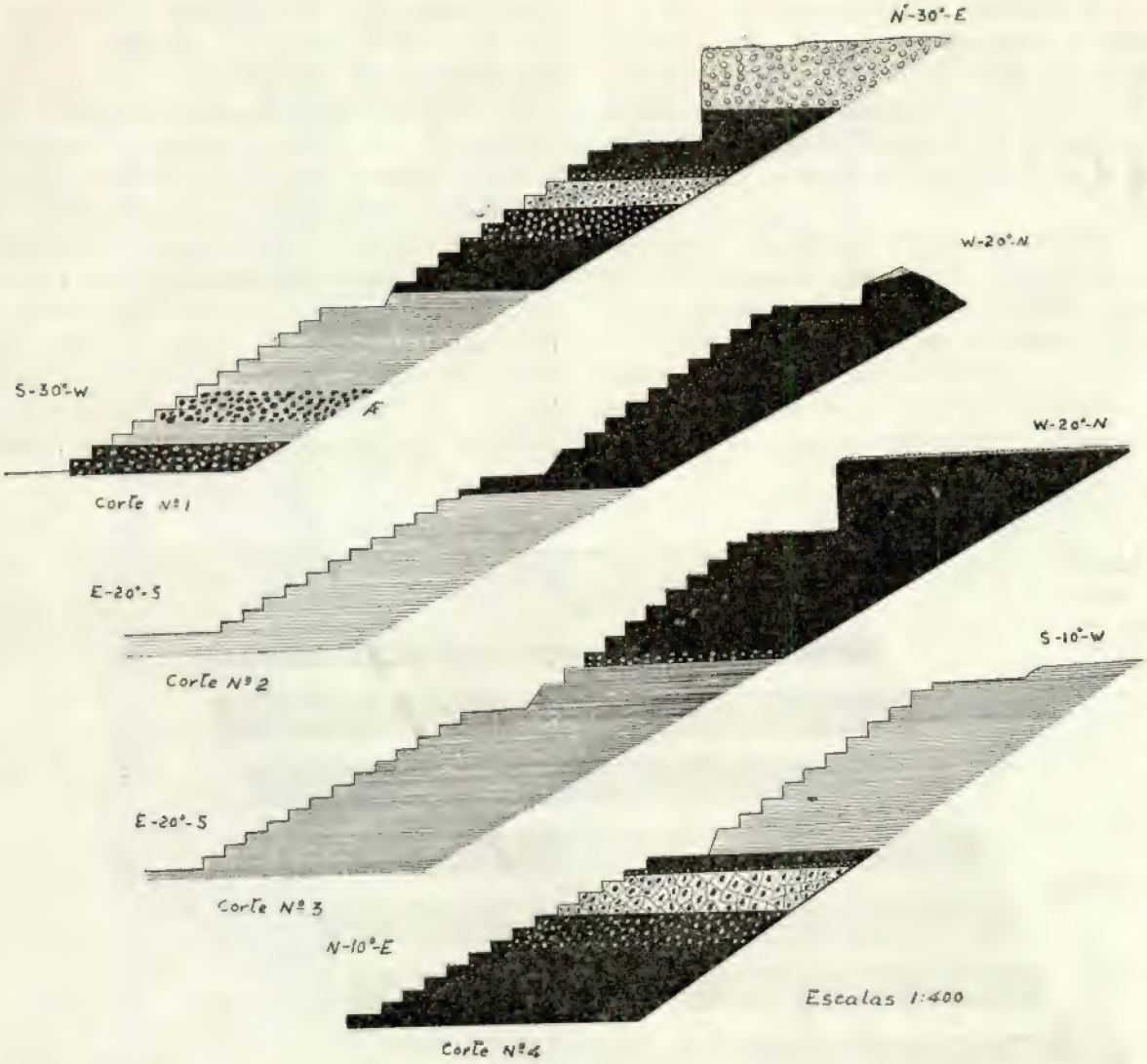


Fig. 2 — Cortes geológicos

- Basalto lávico
- Basalto amigdalóide
- Basalto amigdalóide serpentinoso
- Conglomerado com cimento calcáreo
- Marga basáltica com fragmentos de basalto
- Marga basáltica
- Terra basáltica
- Jazigo de fósseis animais

dêste congresso, estudou êsses moluscos e chegou à conclusão de que se tratava de formas novas, que à primeira vista pareciam pertencer ao Cretácico superior [1]. Posteriormente admitiu-se a «Formação basáltica» como eocénica e a «Formação de Benfica» como oligocénica.

Depois desta breve introdução, segue-se uma descrição sucinta dos diferentes tipos de basalto encontrados nas escavações efectuadas para a construção do Estádio Nacional.

O basalto lávico apresenta-se bastante desenvolvido e, quási sempre, alterado, sendo geralmente cortado por numerosos veios de calcite, depositada pelas águas nas diaclases das rochas.

O basalto amigdalóide mostra dois tipos; o mais freqüente, é caracterizado por grandes amígdalas de calcite, e o outro, menos vulgar, apresenta amígdalas de tamanho mais pequeno constituídas por produtos serpentinosos esverdeados mais ou menos complexos. O basalto amigdalóide típico aparece em geral no teto ou no muro do basalto lávico, constituindo portanto um termo de passagem sem contactos nítidos, e de espessura muito variável. O basalto amigdalóide serpentinoso apenas apareceu na base das bancadas do lado norte do estádio (corte n.º 1 — fig. 2).

Na série dos basaltos sedimentares deve-se mencionar, em primeiro lugar, o conglomerado de cimento calcáreo, que tem um desenvolvimento relativamente grande. A-fim-de focar claramente o modo como êste conglomerado se apresenta, desenhamos a vista *a* (fig. 3), na qual se observa nìtidamente a irregularidade dos seus contactos com o basalto amigdalóide que o separa do basalto lávico, e a vista *b* (fig. 4) que mostra, no conjunto, a sua disposição em relação ao basalto lávico. Verificou-se que o cimento do conglomerado, além de calcáreo, é bastante arenoso-silicioso.

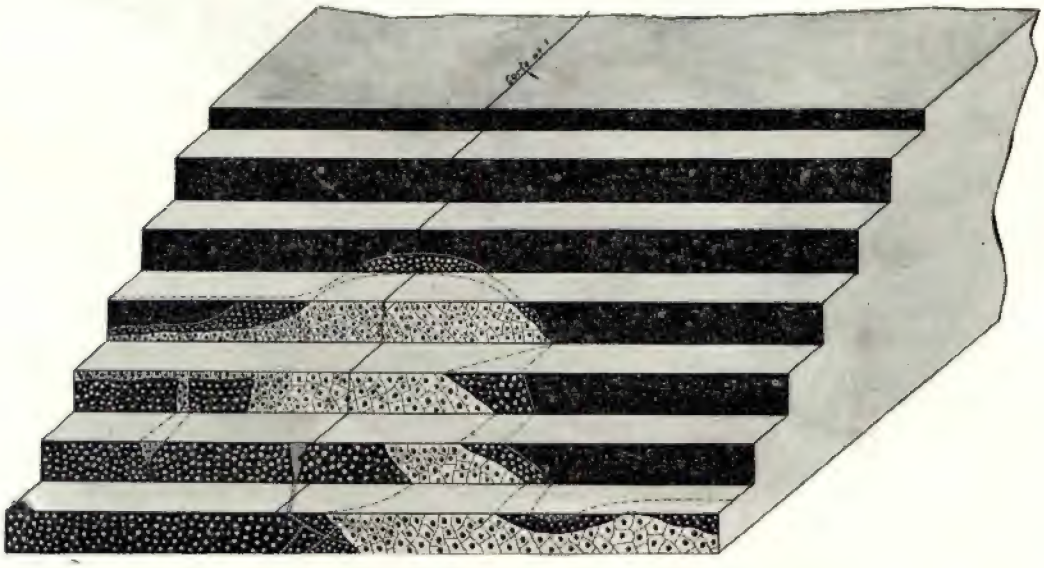


Fig. 3 — Vista *a* — Escala 1 : 150 — Veja-se a legenda fig. 2

As margas basálticas aparecem em redor de todo o estádio com uma possança notável, apresentando-se, por vezes, bem estratificadas, principalmente no contacto do basalto amigdalóide (Vista *c* — fig. 5). Nas bancadas do lado norte observa-se um tipo de marga fossilífera com fragmentos de basalto alterado que faz lembrar um conglomerado basáltico de cimento marnoso.

Em seguida a esta breve descrição dos tipos eruptivos e sedimentares de basalto encontra-

[1] Id., p. 214.

dos, vamos mencionar, mais pormenorizadamente, alguns dos factos observados.

O basalto amigdalóide constitue o termo de passagem entre as séries eruptivas e sedimentares, isto é, o contacto do basalto lávico com as séries sedimentares faz-se sempre por intermédio duma faixa, mais ou menos estreita, de basalto amigdalóide característico. O limite entre o basalto lávico e o basalto amigdalóide não é bem definido, havendo uma transição gradual em que as amígdalas de calcite vão desaparecendo à medida que se caminha para o basalto lávico.

A vista *b* (fig. 4) apresenta duas séries de basalto lávico de idades diferentes, separadas por uma intercalação sedimentar constituída pelo conglemerado de cimento calcáreo. A série mais antiga termina por basalto amigdalóide e a série mais moderna principia também por êle.

Supõe-se, em geral, que o basalto amigdalóide provém do basalto vacuolar pelo preenchimento dos vacúolos por calcite proveniente das águas. Porém, quanto à origem dêste, os autores não concordam, embora, na sua formação, pareça importante o papel desempenhado pelos gases e vapores libertados durante a consolidação do magma basáltico.

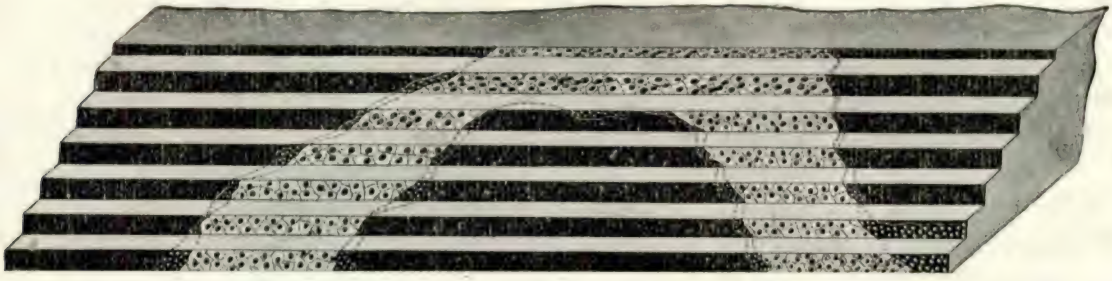


Fig. 4 — Vista *b* — Escala 1 : 300 — Veja-se a legenda fig. 2

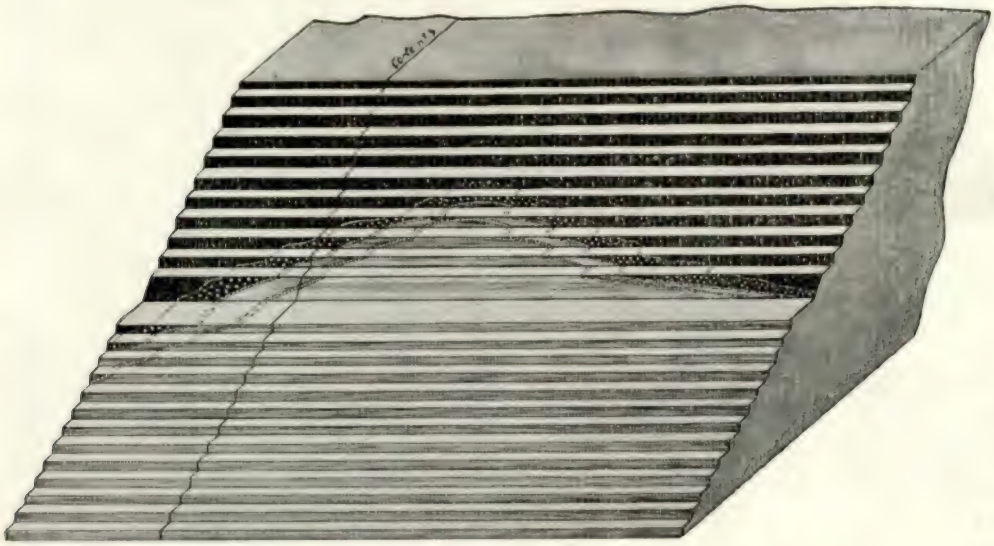


Fig. 5 — Vista *c* — Escala 1 : 500 — Veja-se a legenda fig. 2

É interessante notar que o conjunto focado pela vista *b* (fig. 4) apresenta o aspecto dum anticlinal, e do exame desta e da vista *a* (fig. 3) tira-se o seguinte ensinamento: é necessário

interpretar com muita prudência os resultados de sondagens em terrenos dêste género.

Os fósseis apareceram apenas nas bancadas do lado norte, num tipo de marga com fragmentos de basalto alterado (corte n.º 1 — fig. 2). As formas encontradas foram as seguintes:

Bulimus Ribeiroi, Tournouër
Bulimus? Olisipponensis, Tournouër
Pupa? Lusitanica, Tournouër
Buliminus Carnaxidensis, Cotter
Helix? basaltica, Roman

Estes fósseis são os que costumam aparecer na «Formação basáltica», havendo, entre outros, um jazigo já conhecido na antiga Quinta de S. José, situada na vizinhança do Estádio Nacional. Foram descritos por Tournouër (1), Berkeley Cotter (2) e, mais recentemente, por F. Roman (3), constituindo uma fauna regional que apenas indica um «facies continental».

---

(1) R. Tournouër, *Description de quelques espèces de coquilles fossiles des terrains tertiaires de l'Espagne et du Portngal.* Journal de Conchyliologie, 3 ème série, t. XIX, avril 1879, p. 168-179.

(2) Berkeley Cotter, *Sur les Mollusques terrestres de la nappe basaltique de Lisbonne.* Comunicações da Direcção dos Serviços Geológicos de Porlugal, t. IV, p. 127.

(3) F. Roman, *Nouvelles observations sur les faunes continentales tertiaires et quaternaires de la basse vallée du Tage.* Comunicações da Comissão do Serviço Geológico de Portugal, t. XII, p. 70.

NOTAS BIBLIOGRÁFICAS

Saneamiento de Poblaciones y Depuración de Aguas Residuales

Por JOSÉ LUIS ESCARIO

Ed. da Escuela Especial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos — 2.ª Edição — Madrid, 1940 — 404 páginas com 135 figuras, 32 fotos fora do texto e 2 ábacos — encadernado em tela - Pr. 75 pesetas.

Conquanto — ao contrário do acontecido quando do aparecimento da 1.ª Ed. desta obra — já haja, hoje em dia, algumas outras obras em línguas latinas tratando do assunto, o livro de Escario continua a ser de grande utilidade, quer para os que se dediquem ao estudo dêste importante ramo de Engenharia moderna, quer para todos os engenheiros civis, que dêle devem fazer alguma ideia. É que a obra consegue pôr à disposição dos primeiros extensa documentação proveniente de trabalhos de saneamento e depuração já levados a efeito, numerosas tabelas e dois ábacos de utilidade em tais trabalhos; e, a par disto, fornecer aos segundos, pela clareza da exposição e pela quantidade de fotografias e gráficos publicados, uma ideia concreta da magnitude e urgência do problema a resolver e dos meios de que, para isso, a técnica actual lança mão.

Na 2.ª edição apresentam-se os mais importantes progressos realizados neste domínio desde a data da 1.ª (1923): alguns capítulos foram totalmente modificados e acrescentaram-se outros novos, tendo em vista a utilidade da obra para a prática da profissão.

Damos a seguir o esquema da obra, pelo qual o leitor fará dela ideia mais detalhada. Chamamos a atenção, sobretudo, para a II Parte:

I Parte — Rêdes — Capítulos:

Natureza e caudal das águas residuais; Condutas; Elementos acessórios, estações de elevação, conservação da rêde.

II Parte — Depuração de Águas Residuais — Capítulos:

Considerações gerais; Características das águas negras; Vestimento directo, tratamento por diluïção; Estações de depuração, tratamento preliminar; Sedimentação; As lamas e o seu tratamento; Depuração por irrigação; Depuração biológica artificial; Lamas activas; Tratamento químico; Tratamento pelo cloro; Pequenas aglomerações rurais, edifícios isolados, hospitais e sanatórios.

Apêndice I — Análises de águas residuais, águas industriais e águas muito contaminadas.

Apêndice II — Medidas inglesas e americanas.

Apêndice III — Exemplo.

Apêndice IV — Verificação da velocidade mínima nos colectores de secção circular.

C. A.

ATENÇÃO

Nas «Tabelas para o Cálculo do Betão Armado», da autoria do Sr. Eng.º Vasco Costa, além de outros erros de tipografia que escaparam à revisão e a que mais tarde nos referiremos, deve corrigir-se desde já o mais grave encontrado:

Na pág. 156 — Tabela LVII — corrigir a fórmula

$$I = \frac{b \cdot a^3}{\eta}$$

para

$$I = \frac{b_0 \cdot a^3}{\eta}$$

PUBLICAÇÕES RECEBIDAS

Publicações não periódicas

La pensée de Salazar — Edição do S. P. N.

Administração dos serviços dos Portos, Caminhos de Ferro e Transportes — Relatório de 1939.

Canal do Tejo — Álbum de Fotografias — Gabinete de Estudos das Águas de Lisboa.

Anais da Faculdade de Farmácia do Pôrto — Vol. II.

Estudos Italianos em Portugal — N.º 3 — Publicação do Instituto de Cultura Italiana — 1941.

Publicações periódicas

PORTUGAL

ANAIS DO CLUBE MILITAR NAVAL — Novembro-Dezembro de 1940.

A ARQUITECTURA PORTUGUESA E CERÂMICA E EDIFICAÇÃO — Janeiro de 1941.

A GRANJA — N.º 6 — 1941.

A INDÚSTRIA DO NORTE — Agôsto a Dezembro de 1941.

BOLETIM DE MINAS — Ano de 1938.

BOLETIM DA ORDEM DOS ENGENHEIROS — N.º 40 — Fevereiro de 1941.

BOLETIM DA SOCIEDADE DE GEOGRAFIA — Nov.-Dez. de 1940.

BOLETIM DA JUNTA NACIONAL DE CORTIÇA — N.º 17, Fevereiro de 1941.

BROTÉRIA — Fasc. 3 — 1941.

CLÍNICA, HIGIENE E HIDROLOGIA — Janeiro de 1941.

ESTUDOS — REVISTA DE CULTURA E FORMAÇÃO CATÓLICA — Janeiro de 1941.

GAZETA DOS CAMINHOS DE FERRO — N.ºs 1276 e 1277.

NEPTUNO — Dezembro de 1941.

OCIDENTE — Julho de 1941.

PORTUCALE — Janeiro-Fevereiro de 1941.

RÁDIO-MOÇAMBIQUE — Outubro de 1940.

REVISTA DE ARTILHARIA — Janeiro de 1941.

REVISTA DOS CENTENÁRIOS — Dezembro de 1940.

SEARA-NOVA — N.ºs 705, 706, 707, 708 e 709.

ALEMANHA

REVISTA SIEMENS — N.º 1, 1941.

ARGENTINA

LA INGENIERIA — Novembro de 1940.

CIENCIA Y TECNICA - REVISTA DEL CENTRO DE ESTUDIANTES DE INGENIERIA — Dezembro de 1940 e Janeiro de 1941.

INSTITUTO ARGENTINO DE RACIONALIZACION DE MATERIALES — Dezembro de 1940.

BRASIL

BOLETIM DE INFORMAÇÕES — ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE CIMENTO PORTLAND — Especial de 1940.

CHILE

REVISTA DE CAMINOS — Novembro de 1940.

ESPANHA

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS — Março de 1941.

HUNGRIA

TECHNIKA — N.ºs 1 e 2 de 1941.

ITÁLIA

ANNALI DEI LAVORI PUBLICI — Nov. de 1940.

L'INGEGNERE — N.º 1, de 1941.

REVISTA DEI CATASTO E DEI SERVIZI TECNICI ERARIALI N.º 3, Maio-Junho e N.º 4, Julho-Agôsto de 1941.

SUÉCIA

ASEA-REVUE — N.º 2, Março de 1940.

ASEA JOURNAL — N.º 1-2 — 1941.

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA, DOS ALUNOS DO I. S. T.

DIRECTOR: CARLOS KRUS ABECASIS

ADMINISTRADOR: NUNO ABRANTES

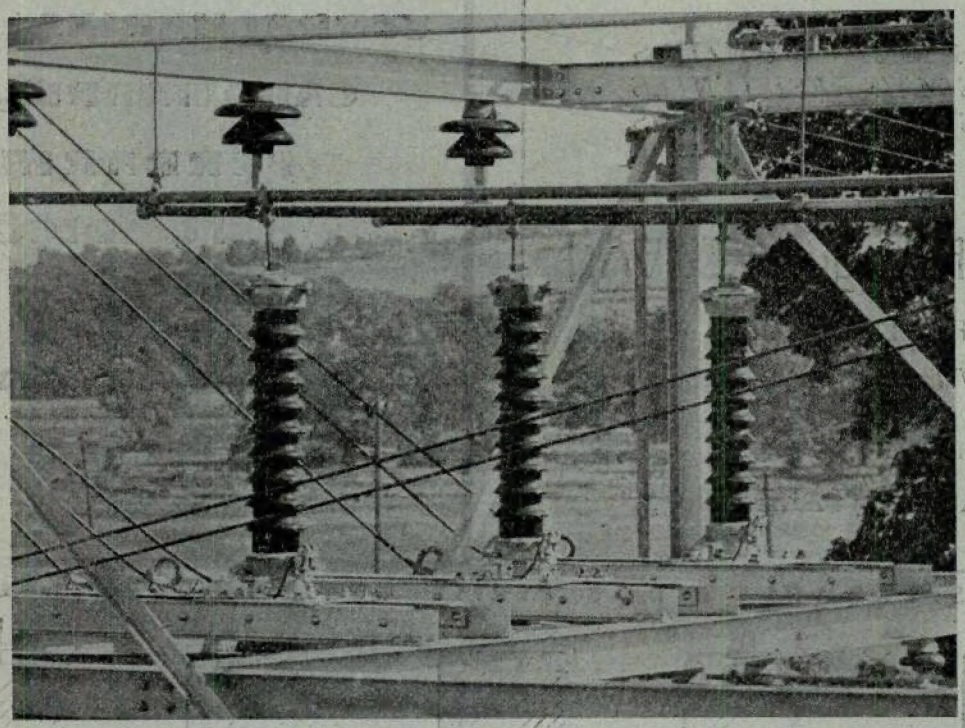
BIBLIOTECÁRIO: LUIZ DE ALMEIDA ALVES

CORPO REDACTORIAL: VASCO MENDES DE SOUSA, JOSÉ FARIA DA FONSECA SANTOS, MILITÃO ROSA PEREIRA, SILVÉRIO DA SILVA.

Propriedade e Edição da A. E. I. S. T.

GENERAL ELECTRIC

Schenectady, N. Y.



Aparelhos de protecção «Thyrite» contra sobre-tensões

Motores e dínamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão. Centrais termo e hidroeléctricas. Instalações para melhorar o factor de potência. Tracção eléctrica. Máquinas, Transformadores e Electrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-Eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Cabos e fios. Electrificação de fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas téxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas.

THOMSON
GENERAL ELECTRIC
Portuguesa, L.da

LISBOA
Rua do Norte, 5

Telef. 28135-28136

Granulados de mármores

para exportação e para o país

Mosaicos de granulados de mármore

OS MAIS BONITOS
OS MAIS RESISTENTES
OS MAIS VANTAJOSOS

Soc. Portuguesa CAVAN

Rua D. Estefania, 42

Telefone 47812 — Lisboa

FILIAL NO PÔRTO:

PRAÇA DA BATALHA, 90, 2.º

SOCIEDADE INDUSTRIAL METALURGICA

Responsabilidade Limitada

(REGISTADO)

SERRALHARIAS,
CALDEIRARIA,
FERRARIA,
FUNDIÇÕES

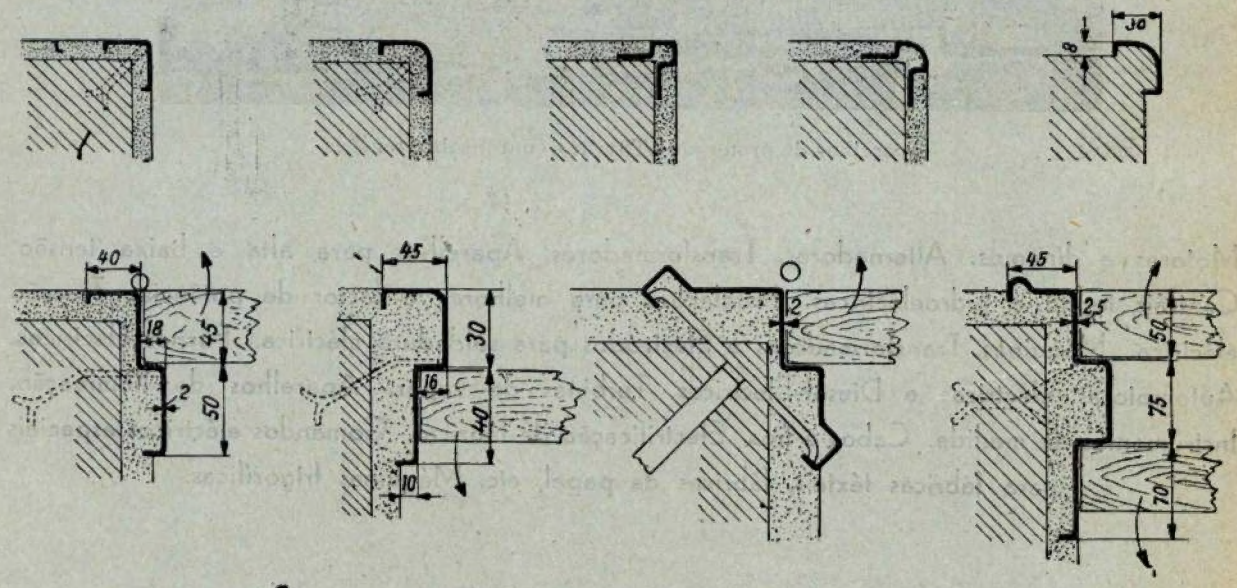
ESCRITÓRIO

Rua de S. Tiago, 13

LISBOA

Telefone 26572

ALGUNS EXEMPLOS DOS PERFIS QUE SE PODEM REALIZAR



LISBOA **FÁBRICA PORTUGAL**

FABRICAÇÃO DE PERFIS DE CHAPA PARA TODOS OS GENEROS DE TRABALHOS DE CONSTRUÇÃO CIVIL

UMA REVOLUÇÃO NA CONSTRUÇÃO CIVIL

EMPRÊSA DE SONDAGENS E FUNDAÇÕES, L.DA

COM

Eng. Ricardo E. Teixeira Duarte

(um quarto de século de especialização técnica)

Sondagens geológicas

—

Poços artezianos

—

Rebaixamentos do nível freático

—

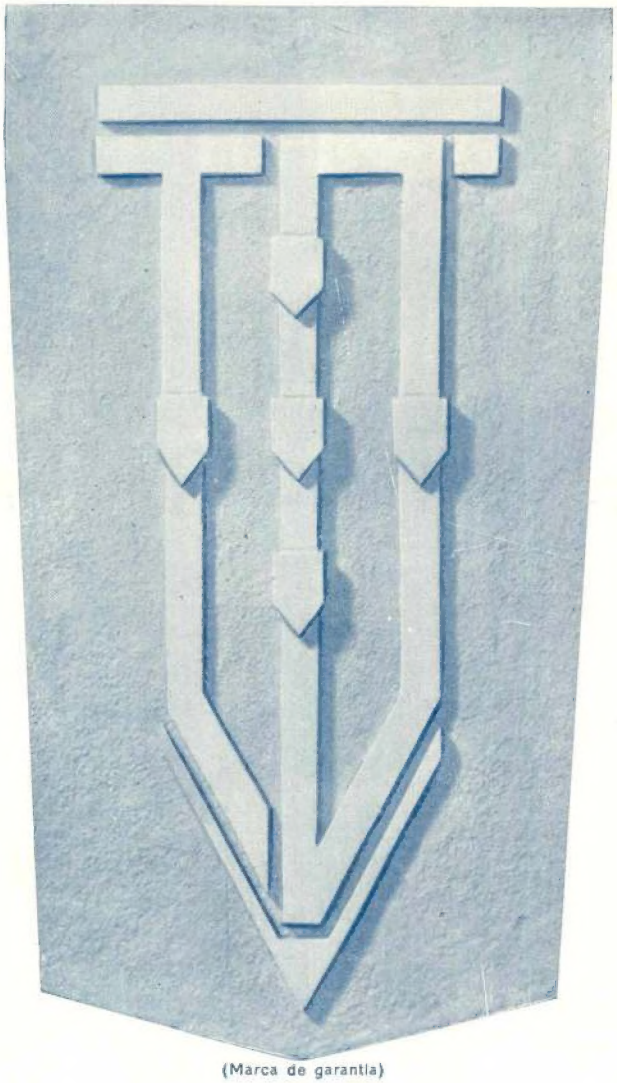
Consolidações do solo

—

Impermeabilização de rochas

—

Captações de água subterrânea



(Marca de garantia)

Fundações de todos os géneros

—

Alicerces económicos

—

Estacas de todos os tipos

—

Consolidação de más fundações

—

Obras hidráulicas

—

Obras subterrâneas

LISBOA — RUA AUGUSTA, 280, 3.° E 4.°

TELEFONE 2 3962

SOCIEDADE ANÓNIMA

BROWN, BOVERI & CIE.

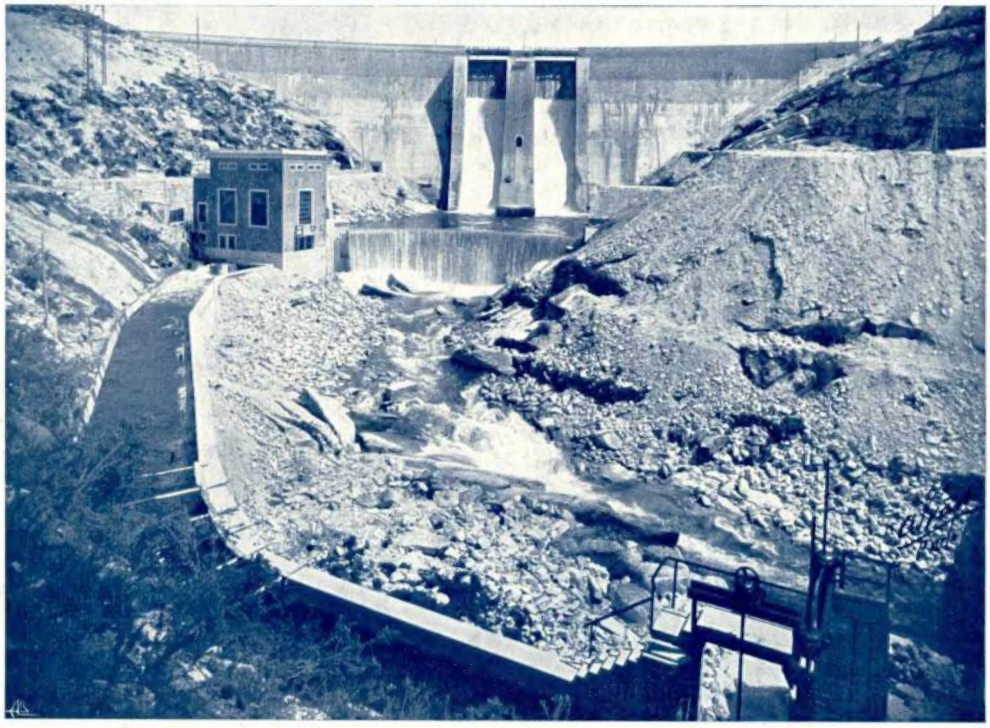
BADEN (SUISSA)

Representante geral para Portugal e Colónias:

EDOUARD DALPHIN

Escritório Técnico: Rua de Passos Manuel, 191, 2.º // PORTO // Tel. 2411

Máquinas eléctricas, transformadores, mutadores, aparelhos para alta e baixa tensão. Montagem completa de centrais termo e hidro-eléctricas. Electrificação de fábricas e de caminho de ferro. Locomotivas, e auto-motoras eléctricas e Diessel-eléctricas. Máquinas de extracção. Turbinas a vapor. Geradores de vapor Velox. Máquinas frigoríficas. Grupos e transformadores para a soldadura pelo arco. Fornos eléctricos. Comandos eléctricos especiais para tôdas as máquinas utilizadas nas Fábricas de Fiação, Tecelagem, Acabamentos, Estamparia, Cimento, Moagem, etc.



Barragem do Ermal, da Companhia Electro-Hidráulica de Portugal, com 20 milhões de metros cúbicos de capacidade da albufeira. Na parte central, duas comportas automáticas, da casa construtora «Ateliers des Charmilles», de 9 × 5 metros, para a evacuação das cheias. Em baixo, a central automática de Guilhofrei (I) com uma turbina vertical tipo Kaplan (Ateliers des Charmilles) de 2750 cavalos e o canal de condução da água à central do Ermal (central II) com uma turbina vertical tipo Francis de 6250 cavalos (Ateliers des Charmilles) e duas horizontais (Escher-Wyss) de 500 e 1500 cavalos. Tôda a parte eléctrica (alternadores, transformadores, aparelhos de 2000 e 30000 Volts) da casa BROWN, BOVERI & Cie.